

ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ Ι

ΤΜΗΜΑ Β' (Μ-Ω)

ΠΡΟΧΕΙΡΗ ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ 7

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Α. Μπεληγιάννης

ΙΣΤΟΣΕΛΙΔΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

<http://users.uoi.gr/abeligia/LinearAlgebraI2022/LAI2022.html>

Παρασκευή 2 Δεκεμβρίου 2022

Πρόχειρη Δοκιμασία. Έστω η ακόλουθη βάση του \mathbb{R}^3

$$\mathcal{B} = \{\vec{e}_1 = (1, 0, 1), \vec{e}_2 = (1, 1, 0), \vec{e}_3 = (0, 1, 1)\}$$

και έστω $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ η μοναδική γραμμική απεικόνιση έτσι ώστε:

$$f(\vec{e}_1) = (-1, 2, 0), \quad f(\vec{e}_2) = (0, -1, 1), \quad f(\vec{e}_3) = (-2, 3, 1)$$

- (1) Να βρεθεί η γραμμική απεικόνιση f .
- (2) Να βρεθεί μια βάση για τον πυρήνα $\text{Ker}(f)$ της f η οποία να συμπληρωθεί σε μια βάση \mathcal{C} του \mathbb{R}^3 .
- (3) Να βρεθεί μια βάση της εικόνας $\text{Im}(f)$ της f , η οποία να συμπληρωθεί σε μια βάση \mathcal{D} του \mathbb{R}^3 .
- (4) Πότε το διάνυσμα $\vec{x} = (a, b, c)$ του \mathbb{R}^3 ανήκει στην εικόνα $\text{Im}(f)$ της f ;
- (5) Να βρεθεί ο πίνακας μετάβασης $M_{\mathcal{C}}^{\mathcal{D}}$ και ο πίνακας μετάβασης $M_{\mathcal{D}}^{\mathcal{C}}$.
- (6) Να βρεθούν οι συνιστώσες του διανύσματος $(1, 1, 1)$ ως προς τις βάσεις \mathcal{C} και \mathcal{D} .