

ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ Ι

ΤΜΗΜΑ Β' (Μ-Ω)

ΠΡΟΧΕΙΡΗ ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ 8

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Α. Μπεληγιάννης

ΙΣΤΟΣΕΛΙΔΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

<http://users.uoi.gr/abeligia/LinearAlgebraI2022/LAI2022.html>

Παρασκευή 16 Δεκεμβρίου 2022

Πρόχειρη Δοκιμασία. Θεωρούμε τη γραμμική απεικόνιση

$$f: \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^2, \quad f(x, y, z, w) = (x + z, y + w)$$

- (1) Να βρεθεί ο πίνακας A της f ως προς τις κανονικές βάσεις $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4\}$ και $\mathcal{C} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$ των \mathbb{R}^4 και \mathbb{R}^2 αντίστοιχα.
- (2) Να βρεθεί μια βάση για τον πυρήνα $\text{Ker}(f)$ και μια βάση για την εικόνα $\text{Im}(f)$ της f .
- (3) Να βρεθεί ένας αντιστρέψιμος 2×2 πίνακας Q και ένας αντιστρέψιμος 4×4 πίνακας P έτσι ώστε:

$$Q^{-1}AP = \begin{pmatrix} I_r & O \\ O & O \end{pmatrix}, \quad \text{όπου } r = \mathbf{r}(A)$$