

# ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ ΙΙ

ΤΜΗΜΑ Β' (Μ-Ω)

## ΠΡΟΧΕΙΡΗ ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ 1

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Α. Μπεληγιάννης

ΙΣΤΟΣΕΛΙΔΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

<http://users.uoi.gr/abeligia/LinearAlgebraII2023/LAII2023.html>

**Παρασκευή 24 Φεβρουαρίου 2023**

**Πρόχειρη Δοκιμασία.** Θεωρούμε τους ακόλουθους υποχώρους του  $M_2(\mathbb{R})$ :

$$\mathcal{V} = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) \mid x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \right\}$$
$$\mathcal{W} = \left\{ \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R}) \mid x \in \mathbb{R} \right\}$$

(1) Να εξετασθεί αν  $M_2(\mathbb{R}) = \mathcal{V} \oplus \mathcal{W}$ .

(2) Αν  $M_2(\mathbb{R}) \neq \mathcal{V} \oplus \mathcal{W}$ , να βρεθούν υπόχωροι  $\mathcal{U}$  και  $\mathcal{Z}$  του  $M_2(\mathbb{R})$  έτσι ώστε:

$$M_2(\mathbb{R}) = \mathcal{V} \oplus \mathcal{U} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{Z}$$

(3) Να βρεθεί ενδομορφισμός  $f: M_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$  έτσι ώστε:

$$f^2 = f \quad \text{και} \quad \text{Im}(f) = \mathcal{V}$$

(4) Να βρεθεί μια βάση  $\mathcal{A}$  του  $M_2(\mathbb{R})$  έτσι ώστε:

$$M_{\mathcal{A}}^{\mathcal{A}}(f) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$