

ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ ΙΙ

ΤΜΗΜΑ Β' (Μ-Ω)

ΠΡΟΧΕΙΡΗ ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ 3

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Α. Μπεληγιάννης

ΙΣΤΟΣΕΛΙΔΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

<http://users.uoi.gr/abeligia/LinearAlgebraII2023/LAII2023.html>

Παρασκευή 17 Μαρτίου 2023

Πρόχειρη Δοκιμασία. Θεωρούμε τον ακόλουθο 3×3 πίνακα πραγματικών αριθμών, όπου $a, b \in \mathbb{R}$:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}$$

- (I) Να βρεθεί το ελάχιστο πολυώνυμο του πίνακα A .
- (II) Είναι ο πίνακας A διαγωνοποιήσιμος; Αν ναι, ποιά είναι η διαγώνια μορφή του;
- (III) Αν $a = 0$:
 - (α) Να βρεθεί η n -οστή δύναμη του πίνακα A .
 - (β) Αν $b \geq 0$, να βρεθεί μια τετραγωνική ρίζα του A , δηλαδή ένας 3×3 πίνακας πραγματικών αριθμών B για τον οποίο ισχύει ότι $B^2 = A$.
 - (γ) Αν $b = 1$, να βρεθεί ο πίνακας A^n συναρτήσει των πινάκων A και I_3 .