

ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ ΙΙ

ΤΜΗΜΑ Β' (Μ-Ω)

ΠΡΟΧΕΙΡΗ ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ 4

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Α. Μπεληγιάννης

ΙΣΤΟΣΕΛΙΔΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

<http://users.uoi.gr/abeligia/LinearAlgebraII2023/LAII2023.html>

Παρασκευή 24 Μαρτίου 2023

Πρόχειρη Δοκιμασία. 1. Έστω $(\mathcal{E}, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ ένας Ευκλείδειος χώρος και $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{E}$ ένα υποσύνολο του \mathcal{E} . Να δειχθεί ότι το υποσύνολο

$$\mathcal{U}^\perp = \{ \vec{x} \in \mathcal{E} \mid \langle \vec{x}, \vec{v} \rangle = 0, \forall \vec{v} \in \mathcal{U} \}$$

είναι ένας υπόχωρος του \mathcal{E} , και επιπλέον:

$$\{ \vec{0} \}^\perp = \mathcal{E} \quad \text{και} \quad \mathcal{E}^\perp = \{ \vec{0} \}$$

2. Θεωρούμε τον Ευκλείδειο χώρο $(M_2(\mathbb{R}), \langle \cdot, \cdot \rangle)$, όπου

$$\langle A, B \rangle = \text{Tr}(A \cdot {}^t B)$$

(α) Να βρεθεί το μήκος και η γωνία των διανυσμάτων

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{και} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(β) Να βρεθεί η ορθογώνια προβολή του διανύσματος A στο διάνυσμα B .

(γ) Να βρεθεί ένα μοναδιαίο διάνυσμα $C \in M_2(\mathbb{R})$ έτσι ώστε: $C \perp B$.

(δ) Αν $\mathcal{U} = \{ A, B \}$, να βρεθεί μια βάση του υπόχωρου \mathcal{U}^\perp .