ABSTRACT : Το 1992 ο Borcherds εισήγαγε μια νέα κατηγορία αλγέβρων Lie μη πεπερασμένης διάστασης, τις *γενικευμένες άλγεβρες Kac-Moody*. Αυτές οι άλγεβρες έχουν πολλές ομοιότητες με τις άλγεβρες Kac-Moody, αλλά και βασικές διαφορές. Για παράδειγμα έχουν φανταστικές απλές ρίζες.

Έστω $\mathfrak{g}$ μια γενικευμένη άλγεβρα Kac-Moody και $\mathfrak{h} \subset \mathfrak{g}$ μια υποάλγεβρα του Cartan. Θεωρούμε $\mathfrak{g}$-πρότυπα V που είναι $\mathfrak{h}$-διαγωνοποιήσιμα, δηλαδή που, ως διανυσματικοί χώροι, αναλύονται σε ευθύ άθροισμα υποχώρων πεπερασμένης διάστασης

$$V = \bigoplus V_\mu,$$

όπου $V_\mu = \{v \in V \,|\, h(v) = \mu(h)v\}$ και $\mu \in \mathfrak{h}^*$. Στο σύνολο $\mathcal{P}(V) = \{\mu \in \mathfrak{h}^* \,|\, V_\mu \neq 0\}$ μπορούμε να ορίσουμε σχέση μερικής διάταξης.

Για $\lambda \in \mathfrak{h}^*$ συμβολίζουμε με $V(\lambda)$ το $\mathfrak{h}$-διαγωνοποιήσιμο $\mathfrak{g}$-πρότυπο, τέτοιο ώστε για κάθε $\mu \in \mathcal{P}(V(\lambda))$ ισχύει $\mu \leq \lambda$. Για κατάλληλα λ τα πρότυπα αυτά είναι απλά. Κατασκευάζουμε ένα συνδυαστικό μοντέλο $\mathbb{P}_\lambda$ για τα $V(\lambda)$. Τα στοιχεία του συνόλου $\mathbb{P}_\lambda$ είναι μονοπάτια

$$\pi : [0, 1] \to \mathbb{R}\mathcal{P}(V(\lambda))$$

με πέρας στο $\mathcal{P}(V(\lambda))$ που έχουν κάποιες ιδιότητες. Αποδεικνύουμε ότι το πλήθος των μονοπατιών που έχουν πέρας μ ισούται με τη διάσταση του υπόχωρου V_μ. Στη συνέχεια δίνουμε στο σύνολο $\mathbb{P}_\lambda$ δομή κρυστάλλου. Μπορούμε να δείξουμε ότι (ως κρύσταλλος) το $\mathbb{P}_\lambda$ είναι ισόμορφο με την κρυσταλλική βάση του Kashiwara που αντιστοιχεί στο $V(\lambda)$.