

Δίδυμες και αντι-δίδυμες λέξεις στο φορέα της ελεύθερης άλγεβρας του Lie

Ιωάννης Μίχος

Τμήμα Μαθηματικών, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων,
Πανεπιστημιούπολη, 45110, Ιωάννινα

Περίληψη

Ο φορέας της ελεύθερης άλγεβρας του Lie $\mathcal{L}_K(A)$ πάνω από δοθέν πεπερασμένο αλφάβητο A υπέρ ενός μεταθετικού δακτυλίου K με μονάδα ορίζεται ως το σύνολο των λέξεων του ελεύθερου μονοειδούς A^* που εμφανίζονται με μη μηδενικό συντελεστή στα στοιχεία της $\mathcal{L}_K(A)$ (πολυώνυμα του Lie). Είναι γνωστό (από ένα αποτέλεσμα των G. Duchamp και J.-Y. Thibon) ότι για τον δακτύλιο των ακεραίων $K = \mathbb{Z}$ οι λέξεις που δεν ανήκουν στον φορέα της $\mathcal{L}_{\mathbb{Z}}(A)$ είναι οι δυνάμεις a^n στοιχείων του A με εκθέτη $n > 1$ και τα παλίνδρομα (λέξεις u που ταυτίζονται με το είδωλό τους \bar{u}) αρτίου μήκους.

Δύο λέξεις ονομάζονται δίδυμες (αντι-δίδυμες) αν εμφανίζονται με ίσους (αντίθετους) συντελεστές σε κάθε πολυώνυμο του Lie υπέρ του \mathbb{Z} . Χρησιμοποιώντας τον πυρήνα του συζυγούς ενδομορφισμού l^* της απεικόνισης l που τοποθετεί αγκύλες του Lie από αριστερά προς τα δεξιά στην $\mathcal{L}_K(A)$ και διάφορες τεχνικές από την συνδυαστική των λέξεων και την άλγεβρα των shuffles $(K\langle A \rangle, +, \sqcup)$ για ένα δακτύλιο K που είναι \mathbb{Q} -άλγεβρα, δείχνουμε ότι δύο λέξεις u και v του ίδιου μήκους n , που ανήκουν στον φορέα της $\mathcal{L}_{\mathbb{Z}}(A)$, είναι δίδυμες (αντι-δίδυμες) αν και μόνον αν $u = v$ ή $u = \bar{v}$ και το n είναι περιττό ($u = \bar{u}$ και το n είναι άρτιο).