ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ ΙΙ

$\boxed{\text{Τμημα } \mathbf{B'}}$ (Αρχικό γράμμα επωνύμου: Λ - Ω)

Προχειρη Δοκιμασια 1

Διδασκων: Α. Μπεληγιάννης

Ιστοσελιδα Μαθηματος:

http://users.uoi.gr/abeligia/LinearAlgebraII/LAII2020/LAII2020.html

Παρασκευή 28 Φεβρουαρίου 2020

Πρόχειρη Δοκιμασία. *Θεωρούμε τους ακόλουθους υποχώρους του* $\mathsf{M}_2(\mathbb{R})$*:*

$$\mathcal{V} = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{pmatrix} \in \mathsf{M}_2(\mathbb{R}) \ \middle| \ x_2 - 2x_3 + x_4 = 0 \right\}$$

$$\mathcal{W} = \left\{ \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} \in \mathsf{M}_2(\mathbb{R}) \ \middle| \ x \in \mathbb{R} \right\}$$

(1) *Να εξετασθεί αν* $\mathsf{M}_2(\mathbb{R}) = \mathcal{V} \oplus \mathcal{W}$.

(2) *Αν* $\mathsf{M}_2(\mathbb{R}) \neq \mathcal{V} \oplus \mathcal{W}$, *να βρεθούν υπόχωροι* $\mathcal{U}$ *και* $\mathcal{Z}$ *του* $\mathsf{M}_2(\mathbb{R})$ *έτσι ώστε:*

$$\mathsf{M}_2(\mathbb{R}) = \mathcal{V} \oplus \mathcal{U} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{Z}$$

(3) *Να βρεθεί ενδομορφισμός* $f\colon \mathsf{M}_2(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathsf{M}_2(\mathbb{R})$ *έτσι ώστε:*

$$f^2 = f \qquad \text{και} \qquad \mathsf{Im}(f) = \mathcal{V}$$

(4) *Να βρεθεί μια βάση* $\mathcal{A}$ *του* $\mathsf{M}_2(\mathbb{R})$ *έτσι ώστε:*

$$M_{\mathcal{A}}^{\mathcal{A}}(f) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$