

# ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ ΙΙ

**ΤΜΗΜΑ Β'** (Αρχικό γράμμα επωνύμου: Λ - Ω)

## ΠΡΟΧΕΙΡΗ ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ 3

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Α. Μπεληγιάννης

ΙΣΤΟΣΕΛΙΔΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ:

<http://users.uoi.gr/abeligia/LinearAlgebraII/LAII2020/LAII2020.html>

**Παρασκευή 27 Μαρτίου 2019**

**Πρόχειρη Δοκιμασία.** Θεωρούμε τον ακόλουθο  $3 \times 3$  πίνακα πραγματικών αριθμών, όπου  $a, b \in \mathbb{R}$ :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & a \\ 1 & 0 & b \end{pmatrix}$$

- (I) Να βρεθεί το ελάχιστο πολυώνυμο του πίνακα  $A$ .
- (II) Είναι ο πίνακας  $A$  διαγωνοποιήσιμος; Αν ναι, ποιά είναι η διαγώνια μορφή του;
- (III) Αν  $a = 0$ :
  - (α') Να βρεθεί η  $n$ -οστή δύναμη του πίνακα  $A$ .
  - (β') Αν  $b \geq 0$ , να βρεθεί μια τετραγωνική ρίζα του  $A$ , δηλαδή ένας  $3 \times 3$  πίνακας πραγματικών αριθμών  $B$  για τον οποίο ισχύει ότι  $B^2 = A$ .
  - (γ') Αν  $b = 1$ , να βρεθεί ο πίνακας  $A^n$  συναρτήσει των πινάκων  $A$  και  $I_3$ .