ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ ΙΙ

$\boxed{\text{ΤΜΗΜΑ } \mathbf{B'}}$ (Αρχικό γράμμα επωνύμου: Λ - Ω)

ΠΡΟΧΕΙΡΗ ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ **4**

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Α. Μπεληγιάννης

ΙΣΤΟΣΕΛΙΔΑ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ:

http://users.uoi.gr/abeligia/LinearAlgebraII/LAII2020/LAII2020.html

Παρασκευή 3 Απριλίου 2020

Πρόχειρη Δοκιμασία. **1.** *Έστω $(\mathcal{E}, \langle\, , \rangle)$ ένας Ευκλείδειος χώρος και $\mathcal{U} \subseteq \mathcal{E}$ ένα υποσύνολο του $\mathcal{E}$. Να δειχθεί ότι το υποσύνολο*

$$\mathcal{U}^\perp = \big\{\vec{x} \in \mathcal{E} \mid \langle \vec{x}, \vec{v}\rangle = 0, \ \ \forall \vec{v} \in \mathcal{U}\big\}$$

είναι ένας υπόχωρος του $\mathcal{E}$, και επιπλέον:

$$\{\vec{0}\}^\perp = \mathcal{E} \quad \text{και} \quad \mathcal{E}^\perp = \{\vec{0}\}$$

2. *Θεωρούμε τον Ευκλείδειο χώρο $\big(\mathsf{M}_2(\mathbb{R}), \langle\, , \rangle\big)$, όπου*

$$\langle A, B\rangle = \mathsf{Tr}(A \cdot {}^tB)$$

(α′) *Να βρεθεί το μήκος και η γωνία των διανυσμάτων*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{και} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(β′) *Να βρεθεί η ορθογώνια προβολή του διανύσματος A στο διάνυσμα B.*

(γ′) *Να βρεθεί ένα μοναδιαίο διάνυσμα $C \in \mathsf{M}_2(\mathbb{R})$ έτσι ώστε: $C \perp B$.*

(δ′) *Αν $\mathcal{U} = \big\{A, B\big\}$, να βρεθεί μια βάση του υπόχωρου $\mathcal{U}^\perp$.*