ΘΕΩΡΙΑ ΑΡΙΘΜΩΝ

Βρισκοντας την ημερα της εβδομαδας γνωριζοντας την ημερομηνια

Πέμπτη 29 Μαίου 2014

1. Κάθε ημερομηνία από το έτος 0μ.Χ. μέχρι το έτος 9.999μ.Χ., έχει την ακόλουθη μορφή:

$$N \ / \ M \ / \ XYZW$$

όπου:

(1) **N** είναι η μέρα του μήνα, και άρα $1 \leq N \leq 28$ ή $1 \leq N \leq 29$, ή $1 \leq N \leq 30$ ή $1 \leq N \leq 31$, ανάλογα με τον μήνα (ο Φεβρουάριος έχει 28 ημέρες αν το έτος δεν είναι δίσεκτο και 29 ημέρες αν το έτος είναι δίσεκτο).

(2) **M** είναι ο αύξων αριθμός του μήνα, **αρχίζοντας από τον Μάρτιο**, δηλαδή:

Μάρτιος: $\mathbf{M} = 1$, Απρίλιος: $\mathbf{M} = 2$, $\cdots$, Δεκέμβριος: $\mathbf{M} = 10$, Ιανουάριος: $\mathbf{M} = 11$, Φεβρουάριος: $\mathbf{M} = 12$

Η παραπάνω αρίθμηση ξεκινά από τον Μάρτιο διότι σε κάθε δίσεκτο έτος προστίθεται μια ημέρα στον μήνα Φεβρουάριο.

(3) $XYZW$ είναι ο αριθμός ο οποίος υποδηλώνει το έτος (X: χιλιάδες, Y: εκατοντάδες, Z:δεκάδες, W:μονάδες).

Υπενθυμίζουμε ότι ένα έτος $XYZW$ καλείται **δίσεκτο** αν ο αριθμός $XYZW$ διαιρείται από το 4, *εκτός* από τα έτη τα οποία διαιρούνται από το 100, εκ των οποίων αυτά τα οποία είναι δίσεκτα είναι εκείνα τα οποία διαιρούνται από το 400.

Για παράδειγμα το έτος 2012 είναι δίσεκτο διότι $4 \mid 2012$, το έτος 1900 δεν είναι δίσεκτο, διότι ναι μεν $4, 100 \mid 1900$ αλλά $400 \nmid 1900$. Αντίθετα το έτος 2400 είναι δίσεκτο διότι $4, 100, 400 \mid 2400$.

2. Για μια ημερομηνία όπως η παραπάνω $N \ / \ M \ / \ XYZW$, θέτουμε:

(1) $\mathbf{C} = XY \quad \& \quad \mathbf{D} = ZW$.

(2) $\mathbf{d}$ ο αύξων αριθμός της ημέρας της εβδομάδας, **αρχίζοντας από την Κυριακή**, ως εξής:

Κυριακή: $\mathbf{d} = 0$, Δευτέρα: $\mathbf{d} = 1$, Τρίτη: $\mathbf{d} = 2$, Τετάρτη: $\mathbf{d} = 3$,

Πέμπτη: $\mathbf{d} = 4$, Παρασκευή: $\mathbf{d} = 5$, Σάββατο: $\mathbf{d} = 6$

(3) Τέλος θέτουμε: $\Delta = 1$ αν το έτος είναι δίσεκτο, και $\Delta = 0$ αν το έτος δεν είναι δίσεκτο.

Υποθέτουμε ότι: $XYZW \geq 1582$ = έτος έναρξης ισχύος του Γρηγοριανού ημερολογίου το οποίο ισχύει σήμερα.

Η συνάρτηση **μεγαλύτερος ακέραιος μικρότερος απο έναν αριθμό** ορίζεται ως εξής:

$$[-] : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{Z}, \quad x \longmapsto [x] = \max\{n \in \mathbb{Z} \mid n \leq x\}$$

3. Θεώρημα: Ισχύει ο ακόλουθος τύπος:

$$\mathbf{d} = \Big(\mathbf{N} + [2.6 \cdot \mathbf{M} - 0.2] + \mathbf{D} + [\frac{\mathbf{D}}{4}] + [\frac{\mathbf{C}}{4}] - 2\mathbf{C} - \big(1 + \Delta\big) \cdot [\frac{\mathbf{M}}{11}]\Big) \ (\mathrm{mod}\, 7)$$

4. Παράδειγμα: Θέλουμε να βρούμε τι μέρα πέφτουν τα Χριστούγεννα του τρέχοντος έτους. Άρα η ημερομηνία είναι

25 / Δεκεμβρίου / 2014

Έτσι θα έχουμε, όπου $\Delta = 0$ διότι το έτος 2014 δεν είναι δίσεκτο:

$$\mathbf{N} = 25, \quad \mathbf{M} = 10, \quad \mathbf{C} = 20, \quad \mathbf{D} = 14, \quad \Delta = 0$$

Υπολογίζοντας το $\mathbf{d}$ με βάση τον παραπάνω τύπο, θα έχουμε:

$$\begin{aligned}
\mathbf{d} &= \Big(\mathbf{N} + [2.6 \cdot \mathbf{M} - 0.2] + \mathbf{D} + [\frac{\mathbf{D}}{4}] + [\frac{\mathbf{C}}{4}] - 2\mathbf{C} - \big(1 + \Delta\big) \cdot [\frac{\mathbf{M}}{11}]\Big) \ (\mathrm{mod}\, 7) \\
&= \Big(25 + [2.6 \cdot 10 - 0.2] + 14 + [\frac{14}{4}] + [\frac{20}{4}] - 2 \cdot 20 - (1 + 0) \cdot [\frac{10}{11}]\Big) \ (\mathrm{mod}\, 7) \\
&= \big(25 + 25 + 14 + 3 + 5 - 40 - 0\big) \ (\mathrm{mod}\, 7) \\
&= 32 \ (\mathrm{mod}\, 7) \\
&\equiv 4 \ (\mathrm{mod}\, 7)
\end{aligned}$$

Επειδή Πέμπτη = 4, έπεται ότι: **τα Χριστούγεννα του έτους 2014 πέφτουν Πέμπτη**.