

# Εισαγωγή

### 1.1 Το μαθηματικό πρότυπο: ισοζύγια και άλλες σχέσεις

Κατά τη μελέτη των Φυσικών και των Χημικών Διεργασιών συναντήσαμε συχνά και σε ποικίλες μορφές, την έννοια των **ισοζυγίων μάζας** και **ενέργειας**. Αυτή η έννοια κατέχει κεντρική θέση στη χημική τεχνολογία και χρησιμεύει στην περιγραφή όχι μόνο των επιμέρους διεργασιών αλλά και ολόκληρων παραγωγικών μονάδων (εργοστασίων). Οι πρώτες ύλες, οι προσμίξεις, τα ενδιάμεσα και τελικά προϊόντα και τα παραπροϊόντα, συνδέονται μεταξύ τους με ισοζύγια μάζας. Η θερμότητα που παράγεται ή καταναλώνεται κατά τις χημικές ή ηλεκτροχημικές μετατροπές, αυτή που χρησιμοποιείται στις αποστάξεις και άλλους διαχωρισμούς, αυτή που ανταλλάσσεται μεταξύ διεργασιών μέσω δικτύων εναλλαγής θερμότητας και αυτή που ανταλλάσσεται μέσω των βοηθητικών παροχών ψύξης/θέρμανσης, επίσης εμφανίζεται σε ανάλογα ισοζύγια ενέργειας. Αν και η θερμότητα είναι η μορφή ενέργειας που κυρίως μας απασχολεί, άλλες μορφές μπορούν να παρουσιαστούν σε παρόμοιες σχέσεις αν θελήσουμε να περιγράψουμε την παραγωγική διαδικασία με τόσες λεπτομέρειες ώστε να περιλάβουμε αντλίες, διαχωριστές μέσω φυγοκέντρησης και άλλα είδη βοηθητικού μηχανολογικού εξοπλισμού.

Το σύνολο των εξισώσεων αυτού του είδους αποτελεί ένα σημαντικό μέρος αυτού που θα ονομάζουμε **μαθηματικό πρότυπο (μοντέλο)** ή απλά πρότυπο (μοντέλο) μιας επιμέρους διεργασίας ή και της παραγωγικής διαδικασίας στο σύνολό της. Άλλες σχέσεις που περιλαμβάνονται στο μοντέλο ανήκουν στις εξής κατηγορίες:

- χημική κινητική: εξισώσεις ρυθμού αντιδράσεων που λαμβάνουν χώρα,
- εξισώσεις ισορροπίας φάσεων,
- εξισώσεις διαστασιολόγησης συσκευών (χημικών αντιδραστήρων, διαχωριστήρων κλπ),
- ανισότητες που εκφράζουν διάφορους **περιορισμούς**, π.χ. την επιβολή συγκεκριμένων προδιαγραφών όσον αφορά τη σύσταση και τις ιδιότητες των προϊόντων, την αποδεκτή σύσταση των αποβλήτων, περιορισμούς στις συνθήκες ώστε οι χημικές μετατροπές να εξελιχθούν ομαλά, περιορισμούς φυσικής σημασίας (δεν έχουμε αρνητικές μάζες!) κλπ

Το μοντέλο περιγράφει σε μαθηματική γλώσσα, δηλαδή σε μορφή συστήματος εξισώσεων και ανισοτήτων, τι συμβαίνει στα πλαίσια της παραγωγικής διαδικασίας. Στις εξισώσεις του περιέχονται οι παροχές των ρευμάτων εισόδου και εξόδου από τις διάφορες διεργασίες, οι συστάσεις αυτών των ρευμάτων και των μιγμάτων που αντιδρούν ή διαχωρίζονται, καθώς και οι συνθήκες (θερμοκρασία και πίεση) για τα ρεύματα και τα μίγματα αυτά. Επομένως, οι μεταβλητές αυτές δεν είναι τελείως ανεξάρτητες και ασύνδετες μεταξύ τους αλλά επηρεάζουν η μία την άλλη και παίρνουν μόνο ορισμένες τιμές, σε συνδυασμό μάλιστα και με τους ανισοτικούς περιορισμούς που προαναφέρθηκαν. Με άλλα λόγια, το μοντέλο εμφανίζεται να δρα και ως **περιορισμός** (για την ακρίβεια, ένα σύνολο περιορισμών) στις συνθήκες, παροχές και συστάσεις που είναι δυνατό να συναντήσουμε στην παραγωγική μονάδα ή διεργασία.

Ωστόσο, οι περιορισμοί αυτοί δεν καθορίζουν πλήρως τις τιμές των διαφόρων μεταβλητών αλλά αφήνουν αρκετά περιθώρια σε αυτές να αλλάξουν. Σε μαθηματική γλώσσα θα λέγαμε ότι το σύστημα των εξισώσεων που αποτελούν το μοντέλο (μαζί με τους ποικίλους ανισοτικούς περιορισμούς) είναι *υποορισμένο* γιατί -αυτό είναι το πλέον σύνηθες- οι εξισώσεις αυτές είναι λιγότερες από τις μεταβλητές, άρα οι λύσεις που το επαληθεύουν είναι κυριολεκτικά άπειρες. Αλλά τότε, ποιες είναι οι τιμές που θα έπρεπε να έχουν; Για παράδειγμα, σε ποιες συνθήκες πρέπει

να εκτελούνται οι διεργασίες;

## 1.2 Αριστοποίηση

Είναι ευνόητο ότι ορισμένες τιμές των μεταβλητών είναι προτιμώτερες από άλλες επειδή φέρνουν κάποιου είδους καλύτερο αποτέλεσμα. Ως αποτέλεσμα εννοούμε κάποιο συγκεκριμένο στόχο που έχουμε θέσει και επιδιώκουμε. Για παράδειγμα, οι επιχειρήσεις διαθέτουν τα προϊόντα τους στην αγορά και επιδιώκουν να αυξήσουν τα κέρδη τους. Τα τελικά προϊόντα έχουν κάποιες προδιαγραφές από πλευράς χημικής σύστασης και φυσικοχημικών ιδιοτήτων και δε θα θέλαμε σημαντική απόκλιση από αυτές. Τα απόβλητα πρέπει να έχουν όσο το δυνατό λιγότερες και στην ιδανική περίπτωση μηδενικές ποσότητες επιβλαβών για το περιβάλλον και τη δημόσια υγεία ουσιών. Η χρήση της ενέργειας επιδιώκεται να γίνει όσο το δυνατό πιο οικονομικά με μεταφορά της παραγόμενης θερμότητας σε μια διεργασία για να καλύψει τις ανάγκες κάποιας άλλης - όχι μόνο για λόγους κόστους αλλά και γιατί με την άσκοπη σπατάλη συμβάλλουμε στην αύξηση της γενικής παραγωγής ενέργειας και μέσω αυτής στην εξάντληση των φυσικών πόρων και, σύμφωνα με την επικρατούσα άποψη, στο φαινόμενο του θερμοκηπίου.

Αυτά και πολλά άλλα παρεμφερή προβλήματα και στοχοθεσίες μας φέρνουν στη δεύτερη βασική έννοια-πυλώνα της χημικής τεχνολογίας, την **αριστοποίηση** (optimization) ή βελτιστοποίηση. Με άλλα λόγια επιδιώκουμε να φέρουμε την παραγωγική διαδικασία σε τέτοια κατάσταση λειτουργίας ώστε να επιδιώκεται το καλύτερο δυνατό αποτέλεσμα όπως και αν έχει οριστεί αυτό (οικονομικό, τεχνολογικό, περιβαλλοντικό κλπ). Η μαθηματική έκφραση των απαιτήσεων ή στόχων που έχουμε θέσει αποτελεί μια συνάρτηση που θα την ονομάζουμε **αντικειμενική συνάρτηση** (objective function). Μπορεί να συναντήσουμε επίσης και τον όρο **κριτήριο αριστοποίησης**. Στην κατάσταση που επιτυγχάνεται το "άριστο" δηλαδή ο στόχος που έχουμε θέσει, οι παράμετροι ή μεταβλητές που τη χαρακτηρίζουν δίνουν στην αντικειμενική συνάρτηση (ΑΣ) τη μέγιστη ή ελάχιστη τιμή της. Για παράδειγμα, αν ο στόχος είναι το οικονομικό κέρδος, τότε ως ΑΣ επιλέγουμε τη διαφορά έσοδα - έξοδα, η οποία εξαρτάται άμεσα από την ποσότητα της παραγωγής, τα κόστη πρώτων υλών, ενέργειας και εργασίας, αποσβέσεις πάγιου εξοπλισμού κλπ. Αυτή τη διαφορά θέλουμε να τη μεγιστοποιήσουμε, αλλά παίρνοντας υπ' όψιν και όλους τους περιορισμούς που εκφράζει το μαθηματικό μοντέλο της διεργασίας. Από την άποψη των μαθηματικών, αυτό λέγεται πρόβλημα *μεγιστοποίησης υπό περιορισμό*. Επίσης, λέγεται και πρόβλημα *δεσμευμένου ακρότατου*, Αν δεν υπήρχαν οι μαθηματικοί περιορισμοί του μοντέλου θα μιλούσαμε για *αδέσμευτο ακρότατο*. Επομένως, θέλουμε να βρούμε τις τιμές των παραμέτρων της παραγωγής (παροχών, συστάσεων, συνθηκών...) που μεγιστοποιούν ή ελαχιστοποιούν μια κατάλληλα διατυπωμένη συνάρτηση, αλλά συγχρόνως ικανοποιούν τους περιορισμούς που απορρέουν από τη φύση και τη δομή της συγκεκριμένης παραγωγικής διαδικασίας. Αυτό έχει ένα πιο ειδικό όνομα: λέγεται **παραμετρική αριστοποίηση**.

Η αριστοποίηση δεν περιορίζεται στον καθορισμό των καλύτερων τιμών για τις διάφορες παραμέτρους, αλλά αφορά και την ίδια τη δομή μιας διεργασίας ή της παραγωγής συνολικά σε ένα εργοστάσιο. Μια μορφή παραγωγικής διαδικασίας που είναι αρκετά αποδοτική αλλά η χειρότερη από άποψη υγιεινής και ασφάλειας, μάλλον δεν είναι η τελειότερη επιλογή που έχουμε στη διάθεσή μας. Γενικά, όταν κατασκευάζουμε από την αρχή μια παραγωγική διαδικασία, στην πραγματικότητα έχουμε ποικίλες επιλογές τόσο για το είδος και τον αριθμό των διεργασιών που θα χρησιμοποιηθούν όσο και για τον τρόπο που θα συνδυαστούν μεταξύ τους. Στην πραγματικότητα, οι πιθανές εναλλακτικές *δομές* της διεργασίας είναι πάρα πολλές.

Κατ' αρχήν, υπάρχει τέτοια ποικιλία παραγόμενων προϊόντων και αντίστοιχων μεθόδων παραγωγής ώστε η τυποποίησή τους και ενιαία αντιμετώπιση του σχεδιασμού της παραγωγής τους δεν είναι πλήρως εφικτή. Ακόμη, για τη σύνθεση ενός προϊόντος μπορεί να υπάρχουν πολλοί

διαφορετικοί δρόμοι (paths – ακολουθίες αντιδράσεων) και μέθοδοι και για τον ίδιο δρόμο περισσότεροι από ένας τρόποι διεξαγωγής. Ύστερα, αν επιλέξουμε το είδος της αντίδρασης και τον τύπο χημικού αντιδραστήρα, θα πρέπει να μεριμνήσουμε για την καθαρότητα των προϊόντων όσο και των αντιδρώντων, την εξασφάλιση των απαιτούμενων συνθηκών για την αποδοτική διεξαγωγή της μετατροπής, τη διαχείριση των απομακρυνόμενων παραπροϊόντων και πολλά άλλα. Με λίγα λόγια, πρέπει να πάρουμε αποφάσεις για τη συνολική δομή της διεργασίας. Ανάλογα ζητήματα ενδέχεται να αντιμετωπίσουμε ακόμη και όταν έχουμε να κάνουμε με ήδη υπάρχουσες μονάδες – π.χ. όταν θέλουμε να εκσυγχρονίσουμε την υφιστάμενη υποδομή. Ενδέχεται αυτή να είναι και η ευκαιρία για, περιορισμένες έστω, δομικές ανακατατάξεις.

Σε κάθε περίπτωση, έχουμε να κάνουμε με ένα πρόβλημα πλέον, όχι επιλογής τιμών παραμέτρων αλλά της ίδιας της δομής της διαδικασίας παραγωγής, εξ ου και η ονομασία **δομική αριστοποίηση**. Αλλά εδώ υπάρχουν δύο ζητήματα που πρέπει να επισημάνουμε:

α) το πρόβλημα εύρεσης της καταλληλότερης για τους σκοπούς μας δομής δε μπορεί να αντιμετωπιστεί με “κλασσικές” μεθόδους για τα προβλήματα ακροτάτων που γνωρίζουμε από τα μαθηματικά και την αριθμητική ανάλυση. Οι δομές δεν είναι αριθμοί ούτε συναρτήσεις, αν και, όπως θα δούμε σε επόμενες ενότητες, υπάρχουν μαθηματικές τεχνικές και για τέτοιου είδους προβλήματα – ουσιαστικά πρόκειται για τακτικές επιλογής διαδοχικών υποψήφια λύσεων από ένα διακριτό σύνολο που θεωρητικά περιέχει όλους τους δυνατούς δομικούς συνδυασμούς ή για κατασκευή μιας *υπερδομής* που περιέχει όλους τους συνδυασμούς και σταδιακή απλοποίησή της. Αλλά αυτές οι μέθοδοι δεν οδηγούν εγγυημένα στην καλύτερη λύση, και μάλιστα τόσο πιο αβέβαιες είναι οι λαμβανόμενες λύσεις όσο πιο σύνθετο γίνεται το πρόβλημα.

β) για κάθε υποψήφια λύση σύμφωνα με τις παραπάνω τεχνικές, θα πρέπει κανονικά να διενεργηθεί και παραμετρική αριστοποίηση, αλλιώς η προσπάθεια δεν έχει νόημα. Αλλά τότε, με δεδομένη και την αβεβαιότητα των μεθόδων διερεύνησης του χώρου των εναλλακτικών δομών, καταλαβαίνουμε ότι η ακριβής λύση με καθαρά μαθηματικές και αλγοριθμικές μεθόδους αρχίζει να γίνεται μια ιδιαίτερα πολύπλοκη και δύσκολη υπόθεση.

### 1.3 Αλλαγή κλίμακα (scale-up)

Σε αυτό το σημείο, άλλοι παράγοντες “δικαιούνται” να παίξουν ρόλο, όπως: κρίση του μηχανικού, πείρα, γνώση και κατανόηση των ιδιοτεροτήτων του προβλήματος. Μάλιστα, όπως θα έχουμε την ευκαιρία να αναφέρουμε σε επόμενες σελίδες, η πείρα πολλών χρόνων σε συνδυασμό με λογική και κοινό νου ή πρακτικό πνεύμα έχει ήδη συμπυκνωθεί σε *εμπειρικούς κανόνες* (rules of thumb) και *ευρήματα* ή τεχνάσματα (heuristics) που βοηθούν να πάρουμε σημαντικές όσο και γρήγορες αποφάσεις σε διάφορα στάδια του σχεδιασμού.

Πριν μιλήσουμε όμως γι' αυτό, μπορούμε να αναρωτηθούμε: από πού ακριβώς προέρχεται αυτή η πολυπλοκότητα; Τι είναι, εκτός από την ποικιλία προϊόντων και μεθόδων σύνθεσης, αυτό που “γεννά” όλους τους συνδυασμούς και τις δυνατές συνθήκες παραγωγής που πρέπει να διερευνήσουμε, δηλαδή όλες τις δυνατές λύσεις που θα κοσκινίσουμε για να πάρουμε την καταλληλότερη; Κατ' αρχήν μπορούμε να απαντήσουμε ότι η λύση του προβλήματος είναι μία, η άριστη που αναζητούμε, άρα όλες οι άλλες είναι απλώς ψευδολύσεις που, θεωρητικά, δε μας είναι κατάλληλες (αν και στην πράξη, πάντα συμβιβάζομαστε και με ο,τι είναι αρκετά κοντά σε ένα έστω και τοπικό άριστο). Τότε, η πολυπλοκότητα προέρχεται από την άγνοιά μας που μας υποχρεώνει να ασχοληθούμε με όλες τις υποψήφια απαντήσεις πριν φτάσουμε στη μία και αληθινή λύση. Αυτές οι “ψευδολύσεις” με τη σειρά τους, προέρχονται από εναλλακτικούς συνδυασμούς των διεργασιών και συσκευών που απαρτίζουν την παραγωγή: αντιδραστήρες, διαχωριστήρες, εναλλάκτες θερμότητας, αντλίες, σωληνώσεις, όργανα μετρήσεων, ελεγκτές και αυτόματοι ρυθμιστές για την εξασφάλιση των άριστων συνθηκών και πολλά άλλα.

Η απάντηση λοιπόν, στο ερώτημα που θέσαμε, μοιάζει να ολοκληρώνεται με τη διαπίστωση της ύπαρξης όλων αυτών των δομικών στοιχείων, συσκευών και διατάξεων της παραγωγής που μπορούν να συνδυαστούν ποικιλοτρόπως – έστω και αν οι πιο πολλοί συνδυασμοί δε θα προσεγγίζουν καν την επιτυχία και απόδοση που ζητείται. Αυτά τα δομικά στοιχεία της παραγωγικής τεχνολογίας, δηλαδή είδη εξοπλισμού με τα οποία διεξάγονται οι φυσικές και χημικές διεργασίες, υπάρχουν για να αντιμετωπίσουν υπαρκτά προβλήματα όπως καθαρισμός πρώτων υλών και προϊόντων, διατήρηση επιθυμητών συνθηκών κλπ. Αυτά τα προβλήματα είναι χαρακτηριστικά της βιομηχανικής κλίμακας και δεν υπάρχουν ή μόλις που εμφανίζονται σε μικρότερες κλίμακες.

Ας φανταστούμε ένα προϊόν  $X$  που για την παραγωγή του απαιτείται μια ισχυρά εξώθερμη αντίδραση ενός έντονα διαβρωτικού αντιδρώντος μίγματος. Στο εργαστήριο είναι σχετικά εύκολο να πάρουμε κάποιες τυπικές προφυλάξεις καθώς και να χρησιμοποιήσουμε οξύμαχα και πυρίμαχα σκεύη για να μελετήσουμε την αντίδραση. Αν μεταφέρουμε το ίδιο πρόβλημα σε μια κλίμακα παραγωγής εκατοντάδων τόνων ημερησίως, ας φανταστούμε το τεχνικό πρόβλημα ενός ευμεγέθους αντιδραστήρα από κατάλληλα υλικά για αυτή την αντίδραση. Επιπλέον η θερμότητα που θα παράγεται πρέπει να απομακρύνεται γιατί η διαταραχή των συνθηκών μπορεί να είναι όχι απλώς επιβλαβής για την παραγωγή αλλά ακόμη και επικίνδυνη. Αν υπάρχουν προσμίξεις ή συμβαίνουν δευτερεύουσες αντιδράσεις που επηρεάζουν την κινητική, αυτό μπορεί να μην είναι πρόβλημα στο εργαστήριο που διαθέτει αντιδραστήρια αναλυτικής καθαρότητας, αλλά θα αναδειχτεί με δραματικό τρόπο στη βιομηχανική κλίμακα όπου δεν έχουμε την πολυτέλεια να προμηθευόμαστε τόνους από πρώτες ύλες σχεδόν πλήρως απαλλαγμένες από περιττά συστατικά. Άρα τίθεται θέμα διαχωρισμού των επιβλαβών ουσιών από ένα μίγμα, υπενθυμίζουμε, διαβρωτικό. Στην πραγματικότητα, τα προβλήματα που αναδεικνύονται όσο περισσότερο εμβαθύνουμε, είναι ενδεχομένως τόσα και τόσο σοβαρά ώστε η ίδια η επιλογή του συγκεκριμένου τρόπου σύνθεσης για το προϊόν  $X$  θα έπρεπε μάλλον να εγκαταλειφεί από την αρχή και να αναζητηθεί κάποια άλλη, ηπιότερη μέθοδος.

Το παραπάνω παράδειγμα που για λόγους σκιαγράφησης ήταν σχετικά ακραίο, δείχνει ότι η μετάβαση στη βιομηχανική κλίμακα αναδεικνύει μια σειρά από ζητήματα και παράγοντες που επηρεάζουν σε πάρα πολύ μεγάλο βαθμό την απόδοση, τη συμπεριφορά και τις τεχνολογικές απαιτήσεις της παραγωγής – ζητήματα και παράγοντες που ήταν “αόρατα” στην κλίμακα του εργαστηρίου. Με λίγα λόγια, ένας ουσιώδης παράγοντας που παίζει σημαντικό ρόλο στη χημική τεχνολογία και, μαζί με τα ισοζύγια και την αριστοποίηση, συμπληρώνει τα αδρά χαρακτηριστικά της, είναι η **αλλαγή κλίμακας**. Αυτή τελικά, είναι και η αιτία της πολυπλοκότητας του σχεδιασμού χημικών διεργασιών και μονάδων παραγωγής. Τα προβλήματα που είναι μικρά και ασήμαντα στο εργαστήριο γίνονται μεγάλα, ακόμη και καθοριστικής σημασίας στο εργοστάσιο. Αυτά απαιτούν την ανάλογη τεχνολογία για την αντιμετώπισή τους, κάτι που προσθέτει άλλη μία πτυχή στο γενικό πρόβλημα του σχεδιασμού. Αν για κάθε τέτοιο πρόβλημα  $i$  (διαχωρισμοί, διαχείριση της θερμότητας κλπ) υπάρχουν  $N_i$  εναλλακτικές δομικές επιλογές, τότε οι συνδυασμοί όλων των δομών της υπό σχεδιασμό παραγωγής θα αυξάνονται περίπου σαν το γινόμενο των  $N_i$  (κάτι που είναι βέβαια μια χονδροειδής εκτίμηση) οδηγώντας σε εκθετική αύξηση των δομικών παραλλαγών ως προς την κλίμακα της παραγωγής.

Αυτές οι τεχνικές απαιτήσεις που αναδύονται στα έργα μεγάλης κλίμακας, συμβαδίζουν τόσο με την αύξηση της παραγωγικότητας και τη διεύρυνση της παραγωγής σε επίπεδο μεγάλης βιομηχανίας όσο και με τις τεχνολογικές εξελίξεις γενικότερα που λύνουν παλιά προβλήματα αλλά γεννούν νέα ζητήματα προς διερεύνηση. Δε χρειάζεται να πούμε ότι αυτά τα φαινόμενα όχι μόνο δεν αφήνουν ανεπηρέαστη ούτε και την ανθρώπινη εργασία αλλά μπορεί και να τη μεταβάλλουν ριζικά. Η αυξημένη παραγωγικότητα που σχετίζεται τόσο με τη μεγάλης κλίμακας παραγωγή όσο

και με τη βελτιωμένη τεχνολογία μειώνει τις απαιτούμενες εργατοώρες ανά μονάδα προϊόντος. Από την άλλη πλευρά όμως, εμφανίζεται ένας πλουσιότερος καταμερισμός με νέες εξειδικεύσεις για το χειρισμό των καινοφανών ή ειδικών προβλημάτων της βιομηχανίας. Η εργασία φεύγει από την παραγωγή με την παλιά της μορφή αλλά επιστρέφει με νέες μορφές και μικρότερα ποσοστά χειρωνακτικής έναντι διανοητικής εργασίας. Για του λόγου το αληθές, αυτές τις γραμμές διαβάζουν οι σπουδαστές μιας σχετικά νέας ειδικότητας, των μηχανικών υλικών.

#### 1.4 Το μοντέλο του κρεμμυδιού (onion model)

Αν και στις προηγούμενες ενότητες τονίσαμε την αναζήτηση του άριστου δηλαδή της τέλει λύσης, στην πραγματικότητα συχνά είναι πιο σημαντικό να βρούμε μια λύση που να δουλεύει αρκετά καλά χωρίς να χρονοτριβούμε, παρά να σπαταλήσουμε πολύ χρόνο αναζητώντας την τελειότητα. Μας ικανοποιεί δηλαδή μια προσέγγιση του στόχου στα όρια κάποιων ανοχών που εξαρτώνται από τη φύση του ίδιου του στόχου και των δικών μας γενικότερων επιδιώξεων.

Η προηγούμενη ανάλυση για τη σχέση αλλαγής κλίμακας και πολυπλοκότητας μας υποδεικνύει έμμεσα και έναν τρόπο για να βρούμε εγγυημένα μια λύση που δουλεύει αρκετά καλά, έστω και αν δεν είναι το άριστο. Σύμφωνα με αυτόν, ο σχεδιασμός γίνεται σε διαδοχικά βήματα. Σε κάθε βήμα ασχολούμαστε με τις προϋποθέσεις για την εκπλήρωση των στόχων που τέθηκαν στο προηγούμενο, στη βάση των προβλημάτων και απαιτήσεων που αναδεικνύει η διευρυμένη βιομηχανική κλίμακα.

Ως πρώτο βήμα, ξεκινάμε πάντα από μια διεργασία που είναι η “καρδιά” της σχεδιαζόμενης παραγωγικής διαδικασίας και θα αναφέρουμε ως **κρίσιμη διεργασία**. Συνήθως αυτή θα είναι μια χημική αντίδραση. Αφού συγκεντρώσουμε όσο περισσότερα στοιχεία είναι δυνατό, από το πείραμα όσο και από τη θεωρία, μπορούμε να αποφανθούμε για την επιλογή του τύπου αντιδραστήρα (π.χ. εμβολικός, αναδευόμενος, διαλείποντος έργου, σταθερής ή κινούμενης κλίνης κλπ) και την επιλογή, τον καθορισμό ή υπολογισμό του μεγέθους του, των συνθηκών λειτουργίας, των παροχών και συστάσεων εισόδου και εξόδου κλπ.

Μετά, σκεφτόμαστε τι *προϋποθέσεις* ή απαιτήσεις πρέπει να ικανοποιούνται πριν και μετά για να λειτουργήσει όπως το σχεδιάσαμε μέχρι εδώ. Στην έξοδο, θέλουμε να πετύχουμε συγκεκριμένη σύσταση, άρα πρέπει να απομακρύνουμε τυχόν παραπροϊόντα ή αντιδρώντα που παρέμειναν λόγω περιορισμένης μετατροπής. Πολύ περισσότερο αυτό πρέπει να γίνει αν θέλουμε να κάνουμε ανακύκλωση των αντιδρώντων για να αυξήσουμε την απόδοση της χημικής διεργασίας. Επομένως χρειάζεται ένας τουλάχιστον φυσικός διαχωριστήρας στην έξοδο. Στην είσοδο θέλουμε συγκεκριμένη σύσταση άρα και εκεί χρειάζεται ένας τουλάχιστον διαχωρισμός, αν αυτό δεν είναι εξασφαλισμένο από τις πρώτες ύλες που προμηθευόμαστε. Ανάλογα και με τις συστάσεις των μιγμάτων θα πρέπει να αποφασίσουμε α) για τη μέθοδο διαχωρισμού (π.χ. απόσταξη, εκχύλιση κλπ) β) για τον αριθμό διαχωριστήρων και το μεταξύ τους συνδυασμό σε ένα **δίκτυο διαχωριστήρων** με την καλύτερη απόδοση. Σε αυτό το στάδιο μπορούμε να κάνουμε την ανακύκλωση καθαρισμένου υλικού που θα επιτρέψει να αυξηθεί η απόδοση της διεργασίας.

Οι διαχωρισμοί και η αντίδραση πιθανότατα χρειάζονται προσφορά ή απαγωγή θερμότητας. Η πιο απλή σχεδιαστικά, λύση, δηλαδή χρήση βοηθητικών παροχών ψύξης/θέρμανσης με τη βοήθεια εναλλακτών θερμότητας πρέπει να αποφεύγεται, όπως αναφέραμε και σε προηγούμενη σελίδα. Όχι μόνο για να ελαττώσουμε το κόστος, αλλά και για να αποφύγουμε τη σπατάλη και κατάχρηση των φυσικών πόρων, όπως επιτάσσει η λογική της αειφόρου ανάπτυξης. Τότε, θα πρέπει να σχεδιάσουμε ένα **δίκτυο εναλλαγής θερμότητας** μεταξύ των ρευμάτων εισόδου και εξόδου των μέχρι στιγμής διεργασιών. Αυτό, θα φέρνει σε επαφή (μέσω εναλλακτών θερμότητας) θερμά με ψυχρά ρεύματα για να εκμεταλλευτεί τη διαφορά θερμοκρασίας ψύχοντας τα μεν και θερμαίνοντας τα δε. Επειδή η σχεδιαζόμενη μονάδα μπορεί να είναι μέρος μιας

μεγαλύτερης βιομηχανικής εγκατάστασης, το δίκτυο εναλλακτών μπορεί να περιλαμβάνει ροές από άλλες γειτονικές διεργασίες.

Στο επόμενο στάδιο, βλέπουμε τι ενεργειακές ανάγκες έχουν μείνει ακάλυπτες από το προηγούμενο βήμα και τότε εισάγουμε το δίκτυο των **βοηθητικών παροχών** (facilities). Και εδώ επίσης ισχύει ότι στα πλαίσια μιας μεγαλύτερης βιομηχανίας, πρέπει να λάβουμε υπ' όψιν το υφιστάμενο δίκτυο μάλλον παρά να σχεδιάσουμε ένα νέο.

Η μονάδα, σχεδόν αναπόφευκτα, θα έχει κάποιες εκροές που απορρίπτονται και πρέπει να ληφθεί μέριμνα γι' αυτό. Δε μπορούμε να απορρίψουμε επιβλαβή για το περιβάλλον και τη δημόσια υγιεία συστατικά (αν και η ίδια η ύπαρξή τους σημαίνει ότι ίσως η επιλεγμένη μέθοδος παραγωγής θα έπρεπε να αντικατασταθεί από κάποια άλλη), ενώ υπάρχει πιθανότητα αυτά τα ρεύματα να περιέχουν και χρήσιμα συστατικά που συμφέρει να ανακτηθούν και ανακυκλωθούν. Άρα, χρειάζεται ο σχεδιασμός της **διαχείρισης αποβλήτων** η οποία μπορεί να περιλαμβάνει μερικούς ακόμη διαχωρισμούς ή ακόμη και χημική κατεργασία αυτών, ανάλογα με την περίπτωση.

Με τα προηγούμενα βήματα ολοκληρώνεται το **διάγραμμα ροής** της παραγωγικής μονάδας, δηλαδή το διάγραμμα που απεικονίζει με κατάλληλα σύμβολα τις επιμέρους διεργασίες και παροχές και τις μεταξύ τους συνδέσεις και ανταλλαγές μάζας και ενέργειας. Αυτό μπορεί να έχει βασιστεί κατά μεγάλο μέρος σε προσεγγιστικούς υπολογισμούς ιδιαίτερα όσον αφορά τις διαστάσεις των συσκευών. Τώρα, μπορεί να γίνει λεπτομερής και ακριβής **διαστασιολόγηση** τόσο των συσκευών όσο και των σωληνώσεων και όποιων στοιχείων έχουν μείνει εκτός λεπτομερούς σχεδιασμού μέχρι εδώ.

Σε αυτό το σημείο, είμαστε σε θέση να καταστρώσουμε ένα πλήρες και ακριβές ισοζύγιο μάζας και ενέργειας και να καθορίσουμε με ακρίβεια τις απαιτήσεις που συνοδεύουν την ύπαρξη συγκεκριμένων συνθηκών πίεσης και θερμοκρασίας σε κάθε διεργασία. Αυτό το μοντέλο είναι **στατικό** (stationary) γιατί αναφέρεται στη **μόνιμη κατάσταση** (steady state) όπου οι τιμές των παραμέτρων (πίεσεις, θερμοκρασίες παροχές, συστάσεις ρευμάτων εισόδου και εξόδου κλπ) είναι λίγο ή πολύ σταθερές. Η εξασφάλιση αυτών των τιμών, όμως, απαιτεί την προφύλαξη από τυχαίους εξωγενείς παράγοντες, αλλαγές συστάσεων εισερχομένων ροών, διαταραχές βοηθητικών παροχών κλπ. Αυτό γίνεται με τη βοήθεια ενός "κυκλώματος" **αυτόματης ρύθμισης** ή ελέγχου. Σε αυτό το στάδιο προβλέπεται η εγκατάσταση μετρητών (στάθμης σε αντιδραστήρες, πίεσης, θερμοκρασίας, παροχών) που θα μεταβιβάζουν κατάλληλα σήματα σε ρυθμιστές (κατά κύριο λόγο παροχών εισερχόμενων ρευμάτων ή βοηθητικών παροχών) για να μεταβάλλουν τις διαταραγμένες παραμέτρους ώστε να τις επαναφέρουν εκεί που πρέπει. Αυτό το στάδιο απαιτεί και τη διατύπωση ενός **δυναμικού μοντέλου** (dynamic model), δηλαδή τη μετατροπή των αλγεβρικών εξισώσεων (ισοζύγια σε μόνιμη κατάσταση) σε διαφορικές όπου το ένα μέλος έχει το ρυθμό μεταβολής μιας ποσότητας ύλης ή ενέργειας και το άλλο περιέχει το αλγεβρικό άθροισμα παροχών και όρων παραγωγής και κατανάλωσης.

Τέλος, από το στάδιο της διαχείρισης αποβλήτων και μετά, μπορεί να γίνει **οικονομική ανάλυση** και αξιολόγηση της σχεδιαζόμενης επένδυσης και να ληφθούν αποφάσεις που θα την καταστήσουν οικονομικότερη. Δεν αποκλείεται στα πλαίσια αυτά να διαπιστωθεί και ανάγκη επιστροφής σε προηγούμενα βήματα και αναθεώρηση ορισμένων σχεδιαστικών επιλογών. Όσο πλησιάζουμε προς το τέλος, η οικονομική ανάλυση είναι λεπτομερέστερη και στην τελική φάση παίρνει χαρακτήρα προϋπολογισμού της πάγιας επένδυσης που μαζί με την ακριβή διαστασιολόγηση επιτρέπει να παραγγελθεί ο εξοπλισμός.

Η μεθοδολογία σχεδιασμού που περιγράψαμε μοιάζει με το ξεφλούδισμα του κρεμμυδιού σε αντίστροφη κίνηση: ξεκινάμε από την "καρδιά" της διεργασίας και σταδιακά προσθέτουμε

εξωτερικούς φλοιούς. Γι' αυτό ονομάζεται μέθοδος ή **μοντέλο του κρεμμυδιού** (onion model). Όπως αναφέραμε στην προηγούμενη ενότητα, η ταχεία λήψη σχεδιαστικών αποφάσεων διευκολύνεται από την εφαρμογή εμπειρικών και ευρετικών κανόνων που αποτελούν απόσταγμα πολυετούς πείρας σε συνδυασμό με κοινό νου, πρακτικό πνεύμα και γνώση των αναγκαιοτήτων που χαρακτηρίζουν τους τύπους των διεργασιών. Οι κανόνες αυτοί ταιριάζουν ιδιαίτερα με το εν λόγω μοντέλο και το συμπληρώνουν ιδανικά για να δώσουν ικανοποιητικές λύσεις.

Για την πραγματική αριστοποίηση μιας συγκεκριμένης λύσης, πρέπει να γνωρίζουμε όλη τη δομή της από την αρχή και να την αριστοποιήσουμε παραμετρικά με κάποια μαθηματική τεχνική, ώστε να βρούμε ένα τοπικό τουλάχιστον ακρότατο της αντικειμενικής συνάρτησης. Στο μοντέλο του κρεμμυδιού, αυτό δε συμβαίνει. Σε κάθε βήμα έχουμε γνώση μόνο των δεδομένων από τα προηγούμενα στάδια. Αλλά επίσης, έχουμε δεσμευτεί σε σημαντικό βαθμό όσον αφορά τις τιμές των αντίστοιχων παραμέτρων ώστε να μη μπορούμε να τις αλλάξουμε μετά. Αριστοποίηση, παραμετρική και δομική είναι εφικτή μόνο στο εκάστοτε τρέχον στάδιο. Αυτό συνεπάγεται ότι είναι απίθανο να βρούμε ένα τοπικό άριστο που θα μπορούσαμε να "πιάσουμε" με άλλες πιο αυστηρές μαθηματικές μεθόδους. Αυτό το μειονέκτημα αντισταθμίζεται από τα εξής πλεονεκτήματα:

- Το μοντέλο του κρεμμυδιού εγγυημένα οδηγεί σε μια λύση που "δουλεύει", ιδιαίτερα σε συνδυασμό με τους εμπειρικούς κανόνες.
- Η εφαρμογή του παρέχει την αίσθηση γνώσης της διαδικασίας και καλύτερου ελέγχου της κατάστασης. Οι μαθηματικές-αλγοριθμικές μέθοδοι υλοποιημένες ως εξειδικευμένο λογισμικό, είναι "μαύρα κουτιά", δουλεύουν αυτόματα και απορρίπτουν λύσεις που μπορεί να μην είναι οι καλύτερες αλλά να έχουν κάποια πλεονεκτήματα σχετιζόμενα με τις ιδιαιτερότητες του προβλήματος, όπως για παράδειγμα η ευκολία υλοποίησής τους από τεχνική άποψη.
- Το παραπάνω δεν είναι άσχετο και από τη δυσκολία μαθηματικής διατύπωσης ορισμένων προβλημάτων. Ο μηχανικός σχεδιασμού μπορεί να αποφασίσει με την κρίση του για τέτοια ζητήματα που δεν είναι τόσο εύκολο να εκφραστούν με μαθηματικά μοντέλα (θέματα υγιεινής και ασφάλειας, περιβαλλοντικής προστασίας και αειφορίας). Στις αλγοριθμικές μεθόδους δεν υπεισέρχεται προσωπική κρίση.

Από την άλλη, ο αυτόματος χαρακτήρας των αλγοριθμικών τεχνικών που αναφέρθηκε ως μειονέκτημα είναι συγχρόνως και το πλεονέκτημά τους αφού μας απαλλάσσει από τον σχετικό κόπο και μπορεί να χειριστεί πολύ μεγάλο αριθμό πιθανών λύσεων, πράγμα αδύνατο με ανθρώπινη προσπάθεια και μόνο.

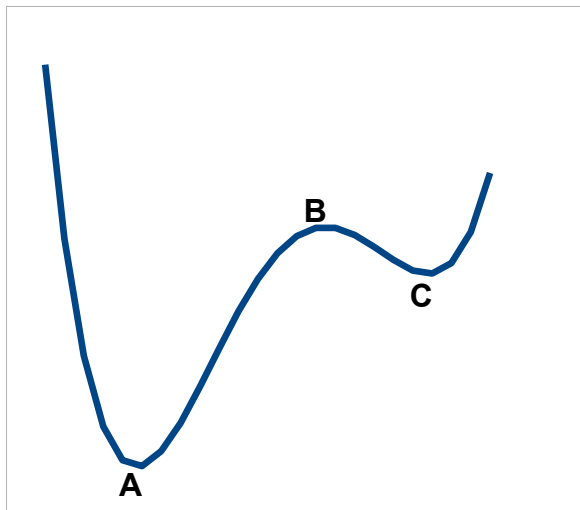
Γενικά, όπως θα δούμε και σε επόμενες ενότητες, δεν υπάρχει κάποια ιδανική λύση. Εδώ θα χρησιμοποιήσουμε το μοντέλο του κρεμμυδιού ως οδηγητικό νήμα για να παρουσιάσουμε τις επιμέρους πλευρές του σχεδιασμού, χωρίς να παραλείψουμε προηγουμένως να αναφερθούμε και στις άλλες τεχνικές αριστοποίησης.

### **1.5 Αριστοποίηση: Βασικές έννοιες**

Όπως είπαμε, σε κάθε βήμα της δομικής αριστοποίησης, δηλαδή για κάθε εναλλακτική δομή, θα πρέπει να γίνει παραμετρική αριστοποίηση για να πάρουμε ένα αξιόπιστο αποτέλεσμα. Αυτή, όπως εξηγήσαμε, αποτελεί το μαθηματικό πρόβλημα του δεσμευμένου ακρότατου, γιατί περιλαμβάνει περιπτώσεις μεγιστοποίησης ή ελαχιστοποίησης μιας συνάρτησης  $F$ , δηλαδή εύρεσης ακρότατου, με την ταυτόχρονη ικανοποίηση των εξισώσεων του μαθηματικού μοντέλου των διεργασιών. Η μεγιστοποίηση της  $F$  είναι η ελαχιστοποίηση της  $-F$ , άρα πρόκειται για το ίδιο πρόβλημα. Συμβατικά, λοιπόν, όταν αναφερόμαστε γενικά σε προβλήματα ακρότατου, στο εξής θα μιλάμε για ελαχιστοποίηση, αλλά η ίδια θεωρία και εντελώς ανάλογες τεχνικές χρησιμεύουν

και στη μεγιστοποίηση.

Ανακεφαλαιώνουμε εν συντομία ορισμένες βασικές έννοιες όσον αφορά την ελαχιστοποίηση υπό περιορισμούς. Θεωρούμε μόνο συνεχείς συναρτήσεις με συνεχείς πρώτες παραγώγους. Ειδικές περιπτώσεις όπου δεν ισχύει αυτή η προϋπόθεση θα τις πραγματευόμαστε όποτε τις συναντάμε, στις επόμενες ενότητες. Γνωρίζουμε από τα μαθηματικά την έννοια των τοπικών και του ολικού ακρότατου. Στο Σχ. 1-1 φαίνεται το γράφημα μιας συνάρτησης μιας μεταβλητής με ένα ολικό ελάχιστο και άλλα δύο τοπικά ακρότατα.



**Σχήμα 1-1:** Συνεχής συνάρτηση μίας μεταβλητής με ολικό ελάχιστο (A), τοπικό μέγιστο (B) και τοπικό ελάχιστο (C).

Για την εύρεση των τοπικών ελαχίστων υπάρχουν πολλές και δοκιμασμένες λύσεις που δίνουν γενικά, καλά αποτελέσματα. Το πρόβλημα της εύρεσης του ολικού ελαχίστου είναι δύσκολο και δεν έχει γενική λύση, δηλαδή δεν υπάρχει μέθοδος που εγγυημένα βρίσκει το ολικό ακρότατο κάθε συνάρτησης. Φυσικά, υπάρχει η επιλογή της εξαντλητικής αναζήτησης δηλαδή η “σάρωση” του πεδίου ορισμού της συνάρτησης με ένα μικρό βήμα μεταβολής της κάθε μεταβλητής, αλλά για ρεαλιστικά προβλήματα είναι υπολογιστικά τελείως ασύμφορη γιατί θα έπαιρνε πάρα πολύ χρόνο. Για το λόγο αυτό, στην πράξη αναζητούμε ένα όσο το δυνατό καλύτερο τοπικό ελάχιστο ή γενικά μια όσο το δυνατό πιο χαμηλή τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Αυτό το πετυχαίνουμε με μια ποικιλία μεθόδων που γενικά έχουν αρκετά καλά αποτελέσματα και αρκετές φορές μπορεί να οδηγήσουν και στο ολικό ελάχιστο.

Τα προβλήματα που θα μας απασχολήσουν περιλαμβάνουν συναρτήσεις πολλών μεταβλητών. Οι συναρτήσεις δύο μεταβλητών,  $z = f(x, y)$ , μπορούν να παρασταθούν στο επίπεδο με **ισοϋψείς** ή **ισοσταθμικές** καμπύλες. Αυτές είναι ο,τι ακριβώς και οι γραμμές σε ένα γεωγραφικό χάρτη που δείχνουν τα διάφορα υψόμετρα στο ορεινό ανάγλυφο. Ουσιαστικά, μια ισοϋψής είναι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων  $(x, y)$  που δίνουν την ίδια τιμή της συνάρτησης,  $c = f(x, y)$ . Οι ισοϋψείς έχουν τη σημαντική ιδιότητα ότι το άνυσμα της κλίσης της συνάρτησης,  $\text{grad } f = \nabla f = (\partial f / \partial x, \partial f / \partial y)$  σε ένα σημείο της ισοϋψούς, είναι κάθετο σε αυτή. Αυτή η ιδιότητα λαμβάνεται υπ' όψιν στην επινόηση των αλγόριθμων ελαχιστοποίησης. Το ίδιο ισχύει και για συναρτήσεις  $N$  μεταβλητών (εκεί έχουμε ισοσταθμικές υπερεπιφάνειες με διαστατικότητα  $N-1$ ).

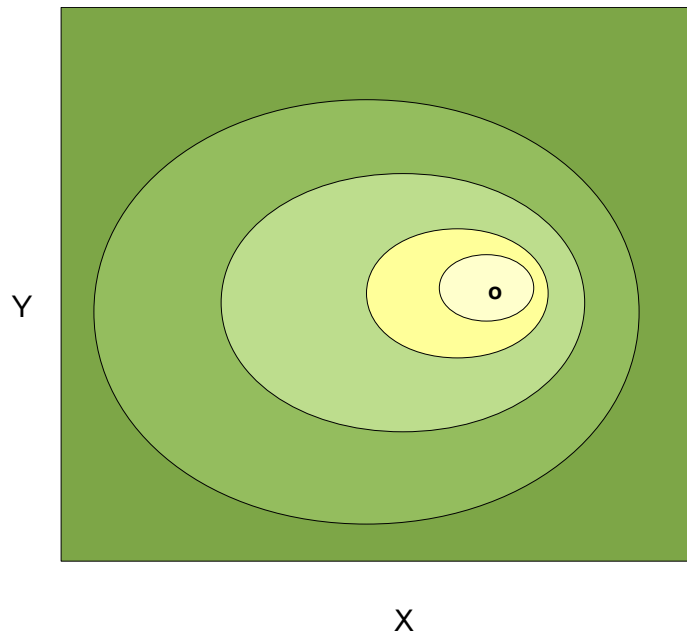
Για να έχουμε μια οπτική αντίληψη των μεταβολών μιας συνάρτησης με περισσότερες από δύο μεταβλητές, μερικές φορές παίρνουμε τις μεταβλητές  $x_i, x_j$  ανά δύο και κάνουμε το διάγραμμα



ισοϋψών (contour plot) ως προς αυτές κρατώντας τις υπόλοιπες σταθερές σε κάποιες συγκεκριμένες τιμές. Τα διαγράμματα αυτού του είδους μας βοηθούν επίσης να απεικονίσουμε και το πρόβλημα του δεσμευμένου ακρότατου με τρόπο που το καθιστά πολύ πιο κατανοητό. Στο Σχ. 1-2 φαίνεται το διάγραμμα κάποιας συνάρτησης  $F$ , δύο μεταβλητών με ένα ελάχιστο. Το πρόβλημα της ελαχιστοποίησης χωρίς περιορισμούς, που θα γράφαμε συνοπτικά ως

$$\min F(x, y)$$

έχει ως λύση του το εικονιζόμενο σημείο "ο".



**Σχήμα 1-2:** Διάγραμμα ισοϋψών συνάρτησης  $F$  δύο μεταβλητών  $x, y$ . Φαίνεται ένα ελάχιστο (σύμβολο "ο"). Καθώς απομακρυνόμαστε από το ελάχιστο, συναντούμε ισοϋψείς καμπύλες που αντιστοιχούν σε όλο και μεγαλύτερη τιμή της συνάρτησης.

Αν τώρα θεωρήσουμε και ένα περιορισμό της μορφής  $ax + by = c$ , έχουμε το πρόβλημα

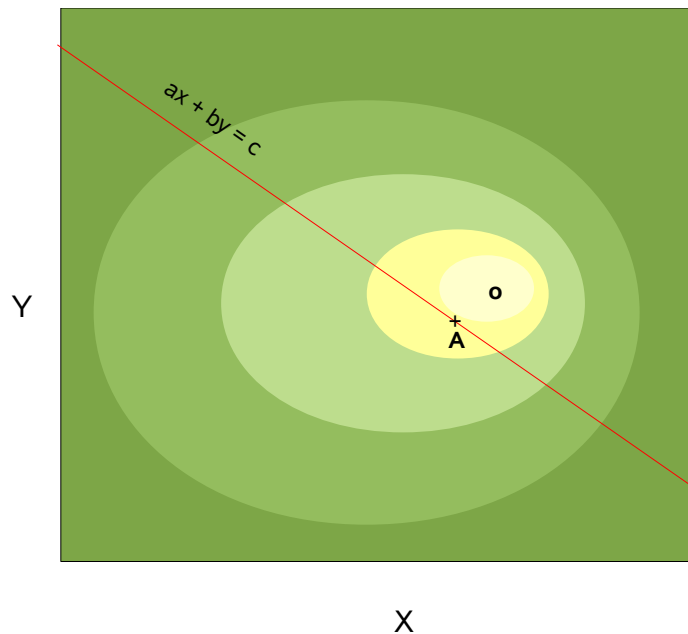
$$\begin{aligned} \min F(x, y) \\ ax + by = c \end{aligned}$$

Ο περιορισμός αυτός παριστάνει μια ευθεία γραμμή. Η "φυσική", ή μάλλον γεωμετρική, σημασία του είναι ότι τώρα δεν κινούμαστε ελεύθερα σε όλο το πεδίο ορισμού της  $F$ , αλλά μόνο στο υποσύνολο σημείων που ικανοποιούν την εξίσωση του περιορισμού. Η λύση του προβλήματος είναι το σημείο αυτού του υποσυνόλου όπου η  $F$  έχει τη μικρότερη τιμή. Στο Σχ. 1-3, η ίδια συνάρτηση με αυτή του Σχ. 1-2, απεικονίζεται μαζί με τον περιορισμό  $ax + by = c$ . Η λύση του προβλήματος ελαχιστοποίησης υπό τον δεδομένο περιορισμό είναι κάποιο σημείο  $A$  πάνω στην ευθεία.

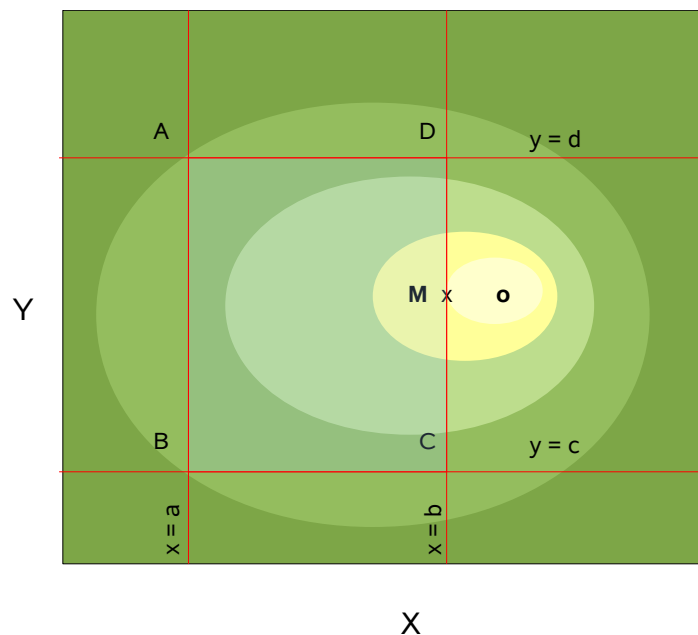
Οι περιορισμοί δεν έχουν μόνο τη μορφή ευθείας αλλά μπορεί να είναι οποιεσδήποτε καμπύλες, επίπεδα ή υπερεπίπεδα (ανάλογα με τον αριθμό των μεταβλητών). Επίσης, μπορεί να υπάρχουν περιορισμοί κατά τους οποίους το πεδίο τιμών είναι συμπαγές τμήμα του αρχικού πεδίου τιμών της συνάρτησης με τον ίδιο αριθμό διαστάσεων, π.χ. στην περίπτωση των δύο μεταβλητών θα μπορούσαμε να περιοριστούμε σε ένα χωρίο του επιπέδου. Αυτοί οι περιορισμοί εκφράζονται με κατάλληλα συνδυασμένες ανισότητες. Στο Σχ. 1-4 απεικονίζεται η περίπτωση του προβλήματος

$$\begin{aligned} \min F(x, y) \\ a < x < b \\ c < y < d \end{aligned}$$

όπου οι επιβαλλόμενοι ανισοτικοί περιορισμοί μας υποχρεώνουν να “κινούμαστε” μόνο στο εσωτερικό του τετραγώνου ABCD.



**Σχήμα 1-3:** Διάγραμμα ισοϋψών συνάρτησης  $F$  δύο μεταβλητών  $x, y$  και γραφική παράσταση περιορισμού της μορφής  $ax + by = c$  που αναπαρίσταται με την κόκκινη ευθεία. Η λύση του προβλήματος της  $F$  υπό αυτόν τον περιορισμό είναι κάποιο σημείο  $A$  πάνω στην εικονιζόμενη ευθεία.



**Σχήμα 1-4:** Διάγραμμα ισοϋψών συνάρτησης  $F$  δύο μεταβλητών  $x, y$  και γραφική παράσταση περιορισμών της μορφής  $a < x < b, c < y < d$  που παριστάνονται από τις κόκκινες ευθείες. Η λύση του προβλήματος της  $F$  υπό αυτούς τους περιορισμούς είναι κάποιο σημείο  $M$  (στην περίπτωση μας τυχαίνει να είναι στο σύνορο του τετραγώνου ABCD. Αν κάποιο τοπικό ελάχιστο περιλαμβάνονταν στο τετράγωνο, θα αποτελούσε τη λύση υπό τους δεδομένους περιορισμούς).