

Ενότητα 3

Οικονομική Ανάλυση Βιομηχανιών και Διεργασιών

3.1 Εισαγωγή

Η Αντικειμενική Συνάρτηση είναι το κριτήριο αξιολόγησης με βάση το οποίο διενεργούμε την αριστοποίηση. Υπάρχουν πολλά είδη τέτοιων κριτηρίων και δεν είναι απαραίτητο να εφαρμόζουμε μόνο ένα από αυτά. Υπάρχουν και μέθοδοι πολυκριτηριακής αριστοποίησης που δε θα μας απασχολήσουν όμως ιδιαίτερα προς το παρόν. Ως εδώ ασχοληθήκαμε με μονού κριτηρίου ανάλυση.

Η αντικειμενική συνάρτηση που εκφράζει μαθηματικά το κριτήριο αξιολόγησης και αριστοποίησης, μπορεί να είναι:

- απόδοση μιας διεργασίας, π.χ. ρυθμός παραγωγής ενός συστατικού σε έναν αντιδραστήρα
- ελαχιστοποίηση κάποιων απαιτήσεων, π.χ. όγκος μιας στήλης απόσταξης με πληρωτικό υλικό
- ελαχιστοποίηση απωλειών θερμικών ή άλλων
- ελαχιστοποίηση αποκλίσεων χαρακτηριστικών προϊόντος από κάποιες προδιαγραφές ή στόχους
- οικονομικό κόστος
- έσοδα
- καθαρό κέρδος

Τα οικονομικά κριτήρια όπως τα τρία τελευταία είναι από τα πιο συνήθη παραδείγματα ΑΣ και συχνά αναφέραμε ρητά ότι η ΑΣ που μας ενδιαφέρει είναι αυτού του είδους. Ποια, όμως, είναι τα συστατικά μέρη μιας τέτοιας ΑΣ και πώς υπολογίζονται;

Στη συνέχεια βλέπουμε, με δεδομένη μια διεργασία ή και ένα ολόκληρο εργοστάσιο ή βιομηχανία, πώς λαμβάνεται η ΑΣ όταν πρόκειται για χρηματοοικονομικό μέγεθος.

3.2 Οι Οικονομικές Αντικειμενικές Συναρτήσεις

3.2.1 Πάγιο και Λειτουργικό Κόστος

Σχετικά με την οικονομική ανάλυση, μπορεί να πει κανείς ότι όπως έχουμε ισοζύγια μάζας και ενέργειας, έτσι υπάρχουν και ισοζύγια που περιλαμβάνουν εισερχόμενες και εξερχόμενες χρηματοροές. Επομένως, η πιο απλή και συνήθης διατύπωση για τη χρηματοοικονομική Αντικειμενική Συνάρτηση είναι η ακόλουθη:

$$ΑΣ = Έσοδα - Έξοδα$$

και προφανώς θέλουμε να μεγιστοποιήσουμε την παραπάνω ποσότητα. Πολλές φορές το πρόβλημα τίθεται ως εξής: η διεργασία ή η παραγωγική μονάδα είναι δεδομένη και θέλουμε να πάρουμε αποφάσεις όπως αύξηση ή μείωση της παραγωγής συγκεκριμένου προϊόντος, παραγωγή νέων προϊόντων, μερική ανανέωση εξοπλισμού κλπ. Σε τέτοια προβλήματα συχνά το ένα από τα δύο σκέλη του ισοζυγίου είναι σταθερό και μεταβάλλεται το άλλο. Δηλαδή, το πρόβλημα μπορεί να τεθεί ως μεγιστοποίηση εσόδων ή ελαχιστοποίηση εξόδων.

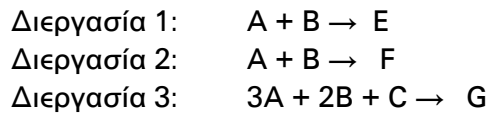
Αν το δούμε πιο αναλυτικά, τα έσοδα προέρχονται απλά από την πώληση διαφόρων προϊόντων που παράγουμε, ενώ τα έξοδα έχουν πιο πολλές πηγές. Ενώ για τα έσοδα σε μια δεδομένη χρονική περίοδο μπορούμε να γράψουμε απλά

$$\text{Έσοδα} = \sum_i^n p_i Q_i$$

όπου p_i η τιμή της μονάδας του προϊόντος i και Q_i η παραγόμενη ποσότητα από αυτό, τα έξοδα αναλύονται περαιτέρω σε πάγιο και λειτουργικό. Από αυτά, το πάγιο περιλαμβάνει κόστος εξοπλισμού και εν γένει επένδυσης, αναδόμησης ή εκσυγχρονισμού κλπ. Το λειτουργικό κόστος περιλαμβάνει έξοδα όπως κόστος πρώτων υλών, ενέργειας, βοηθητικών παροχών, εργασίας σε κάθε χρονική περίοδο που η εγκατάσταση λειτουργεί. Ανάλογα με το είδος του προβλήματος, ενδέχεται να μεταβάλλεται μία ή μόνο λίγες από τις παραπάνω συνιστώσες του κόστους. Θεωρούμε ότι στόχος μας είναι η ελαχιστοποίηση αυτών¹. Στη συνέχεια δίνονται παραδείγματα με ελαχιστοποίηση λειτουργικού κόστους, πάγιου κόστους και των δύο. Τα παραδείγματα που περιλαμβάνουν πάγιο κόστος, σκιαγραφούν και το σκεπτικό της επιλογής εξοπλισμού.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3-1 Λειτουργικό κόστος.

Στο Σχ. 3.1 φαίνεται το διάγραμμα ροής μιας μονάδας που περιλαμβάνει τρεις διεργασίες 1, 2 και 3 για την παραγωγή τριών προϊόντων E, F, G με χρήση των πρώτων υλών A, B και C. Στις διεργασίες αυτές συμβαίνουν οι εξής αντιδράσεις:



Η διαθεσιμότητα των πρώτων υλών εκφράζεται μέσα από τους εξής περιορισμούς (ποσότητες αναφερόμενες σε τόννους ανά ημέρα): $A < 40$, $B < 30$, $C < 25$

Το κόστος κάθε πρώτης ύλης (σε €/t) είναι: $A = 15$, $B = 20$, $C = 25$, ενώ η τιμή πώλησης κάθε προϊόντος (πάλι σε €/t) είναι: $E = 40$, $F = 33$, $G = 38$.

Τέλος, δίνεται ότι η (στοιχειομετρικά) απαιτούμενη ποσότητα αντιδρώντων ανά kg κάθε παραγόμενου προϊόντος δίνεται από το ακόλουθο ισοζύγιο μάζας:

Προϊόν	kg αντιδρώντος / kg προϊόντος		
	A	B	C
E	0.667	0.333	
F	0.667	0.333	
G	0.5	0.167	0.333

¹ Φυσικά, η εργασία είναι μια ιδιαίτερη περίπτωση. Το κόστος της καθορίζεται από τη νομοθεσία και τις συλλογικές συμβάσεις. Αυτά με τη σειρά τους εξαρτώνται από την αλληλεπίδραση αντικρουόμενων κοινωνικών συμφερόντων: Η επιχείρηση A κερδίζει περισσότερα όταν οι δικοί της εργαζόμενοι της κοστίζουν λιγότερο ενώ οι εργαζόμενοι των άλλων επιχειρήσεων. B, Γ, Δ, ... , κοστίζουν σε αυτές περισσότερο, δηλαδή αμείβονται αρκετά καλά ώστε να αγοράζουν τα προϊόντα της A. Οι εργαζόμενοι της A, όσο και των B, Γ, Δ, ..., επιθυμούν προφανώς να αμείβονται καλύτερα ή και η οι τιμές των προϊόντων από το σύνολο των επιχειρήσεων A,B, Γ, Δ, ..., να παραμένουν χαμηλές.

Για δεδομένο κόστος εργατοώρας μία λύση για την επιχείρηση είναι να μειώσει το προσωπικό και να αυτοματοποιήσει την παραγωγή (αυτός, βέβαια, δεν είναι ο μόνος λόγος για τον οποίο εισάγονται οι αυτοματισμοί). Αυτό με τη σειρά του καθιστά προβληματική την κερδοφορία για δύο λόγους: ανεβάζει το πάγιο κόστος και εισάγει μια αυθαιρεσία στην τιμολόγηση του προϊόντος στη θέση του μοιράσματος, βάσει των συμβάσεων, των εσόδων μεταξύ εργαζόμενων και επιχείρησης. Αυτή η αυθαιρεσία εύκολα διολισθαίνει προς την κερδοσκοπία και την ανεξέλεγκτη αύξηση των τιμών και πρέπει να συγκρατηθεί, π.χ. με έλεγχο των τιμών από το κράτος, αλλά και για να μπορεί να απορροφήσει η αγορά την παραγωγή. Αλλά με τον εξοβελισμό της ανθρώπινης εργασίας από την παραγωγή λιγοστεύουν τα περιθώρια διαπραγματεύσεως και ελιγμών (απομένουν μόνο οι προμηθευτές εξοπλισμού και πρώτων υλών που είναι πιο ανελαστικοί γιατί δε θέλουν να τους "ρίξουν") και έτσι, η οικονομική απόδοση της αρχικής επένδυσης γίνεται όλο και λιγότερο ελκυστική. Με τη γενίκευση δε, αυτής της τάσης αυξάνεται η ανεργία και η αγορά σταδιακά παραλύει.

Απομένουν ως διέξοδοι: η μείωση του κόστους εργασίας (που αν εφαρμοστεί γενικά, μειώνει την αγοραστική δύναμη), η έξοδος κεφαλαίων προς χώρες με μικρότερο κόστος εργασίας (που τείνει να αυξήσει την ανεργία στη χώρα προέλευσης των κεφαλαίων) και η αποφυγή παραγωγικών επενδύσεων με προτίμηση σε χρηματιστηριακές και άλλες συναφείς δραστηριότητες και ανάλογες συνέπειες όσον αφορά την απασχόληση.

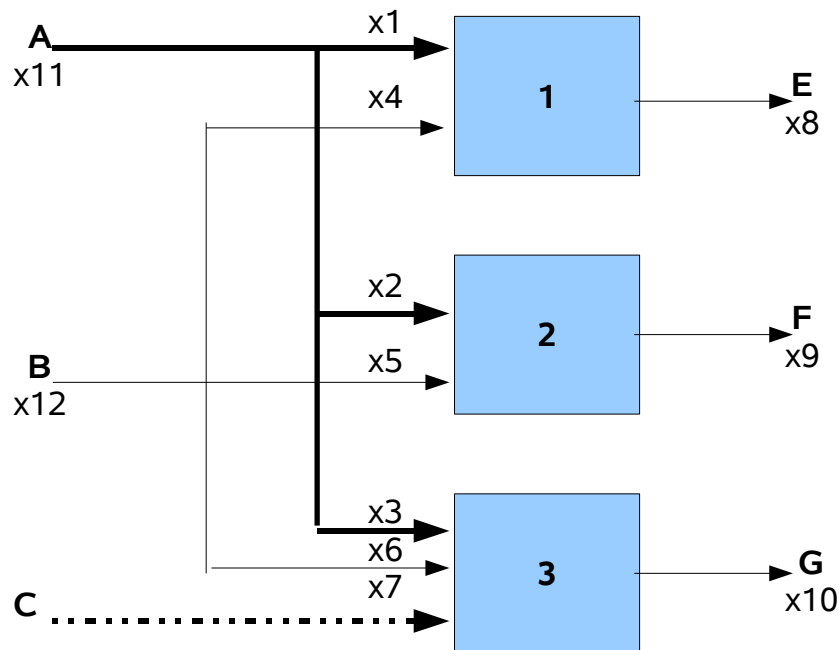
Ζητούνται: Να καταστρώσουμε ένα μοντέλο της συνολικής διεργασίας βάσει των ισοζυγίων μάζας και να διατυπωθεί η Αντικειμενική Συνάρτηση για το συνολικό καθαρό κέρδος από τη λειτουργία της μονάδας, σε €/ημέρα.

Λύση: Όπως φαίνεται και από το σχήμα, μπορούμε να ορίσουμε δώδεκα μεταβλητές για τη μαζική παροχή των υλικών σε αυτή τη διεργασία. Ορίζουμε ως x_1, x_2, x_3 την παροχή εισόδου του A σε κάθε διεργασία και ως x_4, x_5, x_6 και x_7 τις ανάλογες παροχές των B και C. Τέλος, ως x_8, x_9, x_{10} ορίζουμε τις παροχές εξόδου των προϊόντων, ενώ x_{11} και x_{12} είναι τα συνολικά ποσά των A και B.

Οι περιορισμοί που απορρέουν από τα ισοζύγια και τη στοιχειομετρία είναι οι εξής:

- (a) $x_{11} = x_1 + x_2 + x_3$
- (b) $x_{12} = x_4 + x_5 + x_6$
- (c) $x_1 = 0.667x_8$
- (d) $x_2 = 0.667x_9$
- (e) $x_3 = 0.500x_{10}$
- (f) $x_4 = 0.333x_8$
- (g) $x_5 = 0.333x_9$
- (h) $x_6 = 0.167x_{10}$
- (i) $x_7 = 0.333x_{10}$

Θα μπορούσαμε επίσης να γράψουμε και ένα συνολικό ισοζύγιο μάζας της ακόλουθης μορφής: $x_{11} + x_{12} + x_7 = x_8 + x_9 + x_{10}$. Όμως αυτή η εξίσωση δεν είναι ανεξάρτητη. Πράγματι, αν προσθέσουμε κατά μέλη τις (a), (b) και (i), θα πάρουμε:



Σχήμα 3-1 Παράδειγμα διεργασίας της οποίας ζητείται να καταστρωθεί το μοντέλο και να διατυπωθεί η αντικειμενική συνάρτηση, Παράδειγμα 3-1.

$$x_{11} + x_{12} + x_7 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + 0.333x_{10}$$

που αν τη συνδυάσουμε με τις υπόλοιπες εξισώσεις του μοντέλου που ήδη γράψαμε, θα δώσει

$$x_{11} + x_{12} + x_7 = 0.667x_8 + 0.667x_9 + 0.500x_{10} + 0.333x_8 + 0.333x_9 + 0.167x_{10} + 0.333x_{10}$$

ή

$$x_{11} + x_{12} + x_7 = x_8 + x_9 + x_{10}$$

που είναι ακριβώς το ολικό ισοζύγιο.

Μέχρι στιγμής έχουμε 12 μεταβλητές και 9 εξισώσεις, δηλαδή 3 βαθμούς ελευθερίας. Στις εξισώσεις (a) – (i) πρέπει να προσθέσουμε και τις παρακάτω ανισότητες:

(j) $x_{11} < 40$

(k) $x_{12} < 30$

(l) $x_7 < 25$

(m) $x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, 12$

Στη συνέχεια, με τη βοήθεια και της στοιχειομετρίας καταστρώνουμε τον επόμενο πίνακα όπου επίσης περιλαμβάνεται και το λειτουργικό κόστος της διεργασίας καθαυτής. Τα έσοδα προέρχονται από τις πωλήσεις του προϊόντος και βρίσκονται με τη βοήθεια της στήλης του πίνακα που έχει τις τιμές πώλησης: $40E + 33F + 38G$

Το συνολικό κόστος αναλύεται ως εξής:

- Κόστος πρώτων υλών: $15A + 20B + 25C$
- Κόστος κατεργασίας (βλ. αντίστοιχη στήλη στον πίνακα): $15E + 5F + 10G$

Τότε, το συνολικό κόστος γίνεται: $15A + 20B + 25C + 15E + 5F + 10G$

Διεργασία	Προϊόν	Απαιτήσεις σε αντιδρόν (t/t)	Κόστος κατεργασίας (£/t προϊόντος)	Τιμή πώλησης προϊόντος (£/t)
1	E	0.667A, 0.333B	15	40
2	F	0.667A, 0.333B	5	33
3	G	0.500A, 0.167B, 0.333C	10	38

Επομένως, το ημερήσιο καθαρό κέρδος θα είναι: $25E + 28F + 28G - 15A - 20B - 25C$

Αν το εκφράσουμε με όρους ρευμάτων του παραπάνω διαγράμματος ροής, η ζητούμενη αντικειμενική συνάρτηση δίνεται από:

$$F(x) = 25 x_8 + 28 x_9 + 28 x_{10} - 15 x_{11} - 20 x_{12} - 25 x_7$$

Αυτή πρέπει να μεγιστοποιηθεί υπό τους ακόλουθους περιορισμούς που προκύπτουν από το μοντέλο το οποίο καταστρώσαμε προηγουμένως:

Περιορισμοί:

Ισοζύγιο μάζας

$$x_{11} = 0.667 x_8 + 0.667 x_9 + 0.5 x_{10}$$

$$x_{12} = 0.333 x_8 + 0.333 x_9 + 0.167 x_{10}$$

$$x_7 = 0.333 x_{10}$$

Διαθεσιμότητα πρώτης ύλης

$$0 \leq x_{11} \leq 40$$

$$0 \leq x_{12} \leq 30$$

$$0 \leq x_7 \leq 25$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3.2 Πάγιο κόστος.

Το επόμενο πρόβλημα είναι η διαστασιολόγηση πιεστικού δοχείου (pressure vessel) με το ελάχιστο δυνατό κόστος. Θέλουμε τις άριστες διαστάσεις: μήκος (L) και διάμετρο (D) ή γενικά, τον άριστο λόγο L/D που ελαχιστοποιεί το κόστος κατασκευής του δοχείου. Θεωρούμε σταθερό όγκο V . Να γίνει σύγκριση του αποτελέσματος με τον εμπειρικό κανόνα $(L/D)_{opt} = 3$

Λύση: Πρώτα θα δοκιμάσουμε μια προσέγγιση με παραδοχές που απλουστεύουν τη διατύπωση του προβλήματος και επιτρέπουν τον εύκολο μαθηματικό χειρισμό του. Οι παραδοχές αυτές είναι

οι εξής:

1. Και οι δυο επιφάνειες στα δύο άκρα του δοχείου, κορυφή και βάση, είναι κλειστές και επίπεδες.
2. Σταθερό πάχος τοιχώματος t για οποιαδήποτε πίεση λειτουργίας (δηλαδή δεν παρίνουμε υπ' όψιν τις συνθήκες λειτουργίας στις οποίες θα εκτεθεί).
3. Σταθερή πυκνότητα υλικού ρ
4. Κόστος υλικού και κατασκευής ανά μονάδα βάρους υλικού S , ίδιο τόσο για την πλευρική επιφάνεια όσο και για την ακραία.
5. Όλο το υλικό χρησιμοποιείται στην κατασκευή, δηλαδή δεν έχουμε απώλειες ή περίσσευμα.

Το κόστος είναι ανάλογο με το βάρος του υλικού, το οποίο είναι ανάλογο με τον όγκο του τοιχώματος του δοχείου (όχι τον όγκο του ίδιου του δοχείου!), δηλαδή ανάλογο με τη συνολική επιφάνεια επί το πάχος του τοιχώματος. Είναι εύκολο να γράψουμε τη συνάρτηση του κόστους τώρα, αφού για τη συνολική επιφάνεια προφανώς ισχύει:

$$\text{Συνολική επιφάνεια} = \text{επιφάνεια κορυφής και βάσης} + \text{πλευρική επιφάνεια} = 2(\pi D^2/4) + \pi D L = \pi D^2/2 + \pi D L$$

Αντικειμενική Συνάρτηση βάσει της επιφάνειας:

$$f_1 = \frac{\pi D^2}{2} + \pi D L \quad (3-1)$$

Αντικειμενική Συνάρτηση βάσει του βάρους:

$$f_2 = \rho \left(\frac{\pi D^2}{2} + \pi D L \right) t \quad (3-2)$$

Αντικειμενική Συνάρτηση βάσει του κόστους:

$$f_3 = S \rho \left(\frac{\pi D^2}{2} + \pi D L \right) t \quad (3-3)$$

Το πρόβλημα της ελαχιστοποίησης περιλαμβάνει και έναν περιορισμό, αυτό του σταθερού όγκου δοχείου.

Περιορισμός σταθερού όγκου: $V = \pi D^2 L / 4$

Λόγω των παραδοχών 2, 3, 4, οι παραπάνω Αντικειμενικές Συναρτήσεις διαφέρουν κατά ένα σταθερό παράγοντα και όποια και αν πάρουμε το ίδιο αποτέλεσμα συνεπάγεται. Εργαζόμαστε με την (3-1). Από τον περιορισμό σταθερού όγκου απαλείφουμε το μήκος L και παίρνουμε

$$f_4 = \frac{\pi D^2}{2} + \frac{4V}{D} \quad (3-4)$$

Παραγωγίζουμε ως προς D , εξισώνουμε με 0, λύνουμε ως προς D και βρίσκουμε:

$$D^* = \left(\frac{4V}{\pi} \right)^{1/3} \quad (3-5)$$

Επίσης, από τη σχέση για τον όγκο βρίσκουμε:

$$L^* = \left(\frac{4V}{\pi} \right)^{1/3} \quad (3-6)$$

Από τις δύο τελευταίες συμπεραίνουμε ότι

$$\left(\frac{L}{D}\right)^* = 1 \quad (3-7)$$

Δηλαδή, το μήκος του δοχείου πρέπει να είναι ίσο με τη διάμετρό του. Αυτό είναι μάλλον απροσδόκητο και σημαντικά διαφορετικό από την προτεινόμενη εμπειρική σχέση. Στο κάτω-κάτω, οι εμπειρικοί κανόνες (για τους οποίους θα κάνουμε λόγο και σε επόμενη ενότητα) αποτελούν απόσταγμα πολυετούς πείρας και δε μπορεί να είναι τόσο εσφαλμένοι. Πιθανά, το περίεργο αποτέλεσμα οφείλεται στις μη ρεαλιστικές παραδοχές.

Ξαναδοκιμάζουμε, αυτή τη φορά με πιο ρεαλιστικές παραδοχές οι οποίες συνοψίζονται στα παρακάτω:

1. Η κορυφή και η βάση του δοχείου δε θεωρούνται πλέον επίπεδες αλλά πεπλατυσμένα ελλειψοειδή εκ περιστροφής, με λόγο μεγάλου προς μικρό άξονα 2:1. Το εμβαδό κάθε μιας είναι $1.16D^2$
2. Το κόστος κατασκευής των άκρων είναι 50% μεγαλύτερο από αυτό της πλευρικής επιφάνειας.
3. Το πάχος t εξαρτάται από τα παρακάτω:
 1. διάμετρο δοχείου
 2. μέγιστη επιτρεπτή καταπόνηση χάλυβα
 3. πίεση λειτουργίας δοχείου
 4. μια επιπλέον ανοχή για να λάβουμε υπ' όψιν και τη διάβρωση
 Π.χ. για πίεση λειτουργίας 17 ατμόσφαιρες και ανοχή στη διάβρωση 0.3 εκατοστά δίνεται:

$$t = 0.09 D + 0.3$$

όπου η διάμετρος, D , δίνεται σε μέτρα και το πάχος, t , σε εκατοστά.

Λόγω των παραπάνω υποθέσεων δεν ισχύει πλέον ότι η επιφάνεια και το βάρος συνδέεται με το κόστος μέσω μιας πολλαπλασιαστικής σταθεράς.

Άρα, ξεκινάμε γράφοντας την Αντικειμενική Συνάρτηση απευθείας ως κόστος:

$$f_5 = \rho(\pi D L S + (1.5 S)(2.32 D^2))t \quad (3-8)$$

Ο παράγοντας 1.5 οφείλεται στο κατά 50% μεγαλύτερο κόστος κατασκευής των ακραίων επιφανειών, παραδοχή 2, ενώ ο παράγοντας 2.32 προέρχεται από το εμβαδόν του ελλειψοειδούς και για τις δύο ακραίες επιφάνειες, παραδοχή 1.

Την πυκνότητα ρ και το κόστος S της μονάδας βάρους του υλικού μπορούμε και να τις βγάλουμε ως κοινό πολλαπλασιαστικό παράγοντα, οπότε η νέα ΑΣ είναι ο όγκος του υλικού του τοιχώματος. Έτσι, παραλείπουμε το ρS , αντικαθιστούμε τη νέα σχέση για το πάχος και μετά από πράξεις έχουμε

$$f_6 = 0.28274 D^2 L + 0.94248 DL + 0.3132 D^3 + 1.044 D^2 \quad (3-9)$$

Ο περιορισμός για τον όγκο του δοχείου θα πάρει επίσης νέα μορφή. Πράγματι, στον όγκο κυλίνδρου πρέπει να προσθέσουμε αυτό των ελλειψοειδών του πυθμένα και της κορυφής. Ο όγκος του ελλειψοειδούς γενικά είναι $4\pi abc/3$ όπου a , b , c οι τρεις ημιάξονές του. Εδώ ισχύει $a = b = D/2$ και επειδή δόθηκε η αναλογία 2:1 θα είναι $c = D/4$. Επίσης, ο πυθμένας και η κορυφή αντιπροσωπεύουν από μισό ελλειψοειδές και αθροιζόμενα δίνουν ολόκληρο τον όγκο ελλειψοειδούς που για την περίπτωση μας θα γίνει

$$4\pi(D/2)(D/2)(D/4)/3 = \pi D^3/12$$

Προσθέτοντας σε αυτό και τον όγκο κυλίνδρου $\pi D^2 L/4$ παίρνουμε τη νέα εξίσωση για τον

περιορισμό σταθερού όγκου δοχείου:

$$V = \frac{\pi D^2}{4} \left(L + \frac{D}{3} \right) \quad (3-10)$$

Με απαλοιφή του μήκους παίρνουμε:

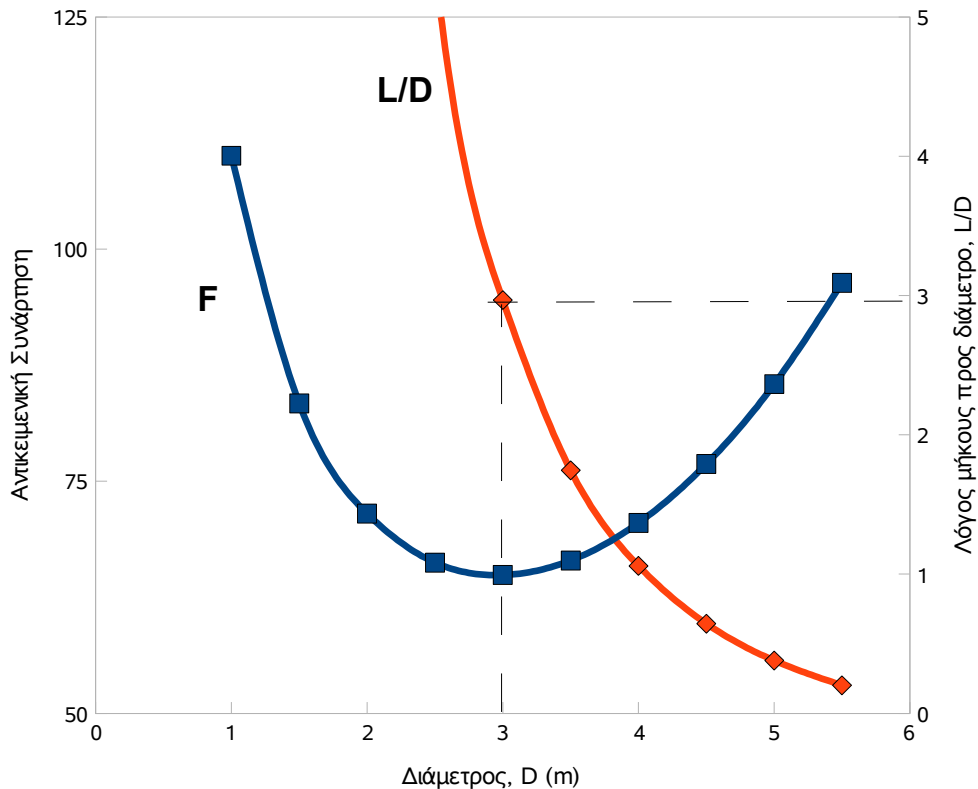
$$f_7 = 0.36 V + 1.2 \frac{V}{D} + 0.644 D^2 + 0.21895 D^3 \quad (3-11)$$

Αν θέσουμε την πρώτη παράγωγο αυτού ίση με μηδέν για να λύσουμε ως προς τη διάμετρο, θα πάρουμε ένα πολυώνυμο τέταρτου βαθμού.

Αν και οι εξισώσεις τέταρτου βαθμού έχουν γενική λύση, αυτή είναι από μόνη της αρκετά περίπλοκη. Ίσως είναι πιο πρακτικό να λυθεί αριθμητικά με κάποια επαναληπτική μέθοδο. Ας θυμηθούμε όμως και τη συζήτηση που κάναμε για τη σχετική αξία της ακρίβειας ενός μαθηματικού αποτελέσματος. Το πιθανότερο είναι ότι το τελικό αποτέλεσμα θα αναθεωρηθεί ελαφρά προς τα πάνω ή προς τα κάτω για λόγους που έχουν να κάνουν με τη συγκεκριμένη διεργασία όπου θα χρησιμοποιηθεί το δοχείο. Άρα, η χρήση εξεζητημένων μεθόδων για υπολογισμό ενός αποτελέσματος με ακρίβεια που θα αποδειχθεί περιττή, δεν έχει τόσο νόημα. Τελικά, ίσως είναι ακόμη πιο απλό να υπολογίσουμε την τιμή της συνάρτησης για διάφορες διαμέτρους, να κάνουμε ένα διάγραμμα (π.χ. με το Microsoft Excel, το OpenOfficeCalc, το gnuplot κλπ) όπου παράλληλα να σχεδιάσουμε τη μεταβολή του λόγου $\frac{L}{D} = \frac{4V}{\pi D^3} - \frac{1}{3}$ (η σχέση προκύπτει από τον περιορισμό του όγκου) και να δούμε σε αυτό, την τιμή παίρνει εκεί όπου ελαχιστοποιείται η αντικειμενική συνάρτηση.

Αυτό ακριβώς κάνουμε στο Σχήμα 3.2 όπου, για να σχεδιάσουμε τις καμπύλες, θεωρήσαμε όγκο δοχείου ίσο με 70 κυβικά μέτρα. Σε αυτό το σχήμα, ο οριζόντιος άξονας αναφέρεται στη διάμετρο D του δοχείου, σε μέτρα, ο αριστερός κατακόρυφος άξονας έχει τις τιμές της αντικειμενικής συνάρτησης F (μπλε γραμμή) και ο δεξιός κατακόρυφος άξονας έχει την τιμή του λόγου L/D που προκύπτει από τον περιορισμό του σταθερού όγκου δοχείου (πορτοκαλλί γραμμή). Εύκολα βλέπουμε ότι το ελάχιστο της F εμφανίζεται για D περίπου ίσο με 3 μέτρα. Φέρουμε από εκείνο το σημείο του D-άξονα κατακόρυφη γραμμή μέχρι να συναντήσει την καμπύλη L/D ώστε να βρούμε την τιμή της εκεί. Από αυτό το σημείο τομής φέρουμε οριζόντια γραμμή προς το δεξιό κατακόρυφο άξονα και βρίσκουμε ότι το L/D που αντιστοιχεί στην άριστη διάμετρο πρέπει να είναι περίπου 3, μια τιμή που είναι σε άριστη συμφωνία με την εμπειρική σχέση. Άλλωστε, οι εμπειρικοί κανόνες συνήθως δίνουν απλές και εύκολες στην απομνημόνευση τιμές που είναι πολύ κοντά σε αυτές που η πράξη δείχνει ότι δουλεύουν καλύτερα. Με αυτό το σκεπτικό, μπορούμε να πούμε ότι και μετά από αυτή τη διασταύρωση, μπορούμε να εμπιστευτούμε την τιμή που βρήκαμε.

Προσοχή όμως! Αυτή η διαδικασία πρέπει να γίνει για διάφορες πιέσεις λειτουργίας και δυναμικότητες (όγκους δοχείου) επειδή τροποποιούνται οι σχέσεις στις παραδοχές. Πράγματι, έχει παρατηρηθεί ότι ο άριστος λόγος προσεγγίζει την ιδανική περίπτωση $L/D = 1$ για μικρές δυναμικότητες και χαμηλές πιέσεις λειτουργίας, άρα και το προηγούμενο αποτέλεσμα δεν ήταν τελείως παράλογο. Θεωρώντας την ίδια πίεση λειτουργίας και άρα την ίδια σχέση για το πάχος, οι αναγνώστες μπορούν να σχεδιάσουν τις καμπύλες F και L/D για διαφορετικές δυναμικότητες (όγκους) δοχείου και να ελέγξουν τα όρια της ισχύος του εμπειρικού κανόνα.



Σχήμα 3.2 Γραφική λύση για το πρόβλημα ελαχιστοποίησης κόστους κατασκευής πιεστικού δοχείου για δεδομένο όγκο. Το διάγραμμα αντιστοιχεί σε όγκο $V = 70 \text{ m}^3$.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3-3 Πάγιο και λειτουργικό κόστος

Θεωρούμε το πρόβλημα του οικονομικά άριστου πάχους θερμικής μόνωσης σε κυλινδρικό σωλήνα ή αυλό. Εδώ πρέπει να θεωρήσουμε τα εξής οικονομικά στοιχεία:

- πάγιο κόστος προμήθειας και εγκατάστασης
- τιμή της ενέργειας που εξοικονομείται με τη μόνωση· αυτή είναι λειτουργικός όρος (κέρδος ή αρνητικό κόστος).

Οι παραδοχές και γενικότερα, τα δεδομένα του προβλήματος έχουν ως εξής:

- Μήκος σωλήνα πολύ μεγαλύτερο από τη διάμετρο.
- Πολύ μεγάλος εσωτερικός συντελεστής μεταφοράς θερμότητας
- Ο ρυθμός απώλειας θερμότητας δίνεται από τη γνωστή σχέση:

$$Q = \frac{A \Delta T}{\frac{x}{k} + \frac{1}{h_c}} \quad (3-12)$$

όπου A = επιφάνεια σωλήνα², ΔT = μέση διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ ρευστού και περιβάλλοντος, x = πάχος μόνωσης, h_c = εξωτερικός συντελεστής μεταφοράς θερμότητας με συναγωγή, k = θερμική αγωγιμότητα μόνωσης.

Η μόνη μεταβλητή στην ανωτέρω σχέση είναι το πάχος μόνωσης, x .

- Το κόστος της εγκατεστημένης μόνωσης ανά μονάδα επιφάνειας δίνεται από την έκφραση $C_0 + C_1 x$ όπου οι σταθερές C_0 και C_1 είναι το πάγιο κόστος εγκατάστασης και το κόστος ανά μονάδα πάχους, αντίστοιχα.

² Οι αντιστάσεις στη ροή θερμότητας που εμφανίζονται στο εσωτερικό και εξωτερικό τοίχωμα του σωλήνα, καθώς και στο ίδιο το τοίχωμα, ανάγονται σε μια κοινή επιφάνεια, π.χ. την εσωτερική επιφάνεια του σωλήνα, η οποία παραμένει αμετάβλητη.

- Χρόνος ζωής μόνωσης: 5 χρόνια (μετά θέλει αντικατάσταση)
- Το κόστος αγοράς και εγκατάστασης καλύπτεται από δάνειο πληρωτέο σε 5 ετήσιες δόσεις. Έστω r το κλάσμα του εγκατεστημένου κόστους πληρωτέο ετησίως στην τράπεζα.
- Τιμή ενέργειας που χάνεται ετησίως: H (σε $\text{€}/10^6 \text{ kJ}$)
- Ώρες λειτουργίας ανά έτος: Y

Να διατυπωθεί αντικειμενική συνάρτηση για τη μεγιστοποίηση του εξοικονομούμενου λειτουργικού κόστους ως διαφορά μεταξύ θερμότητας που διατηρείται και κόστους εγκατάστασης σε ετήσια βάση. Να λυθεί αναλυτικά.

Λύση:

Η ετήσια δόση αποπληρωμής του δανείου είναι το συνολικό εγκατεστημένο κόστος (για όλη την επιφάνεια A) επί το κλάσμα r , δηλαδή

$$r(C_0 + C_1 x) A \quad (3-13)$$

Προσοχή! Το κλάσμα r δεν είναι ίσο με το αντίστροφο του χρόνου ζωής (5 χρόνια) γιατί πρέπει να υπολογιστούν και οι τόκοι για το δάνειο που αυξάνουν τη δόση. Ο τρόπος προσδιορισμού του κλάσματος r θα παρουσιαστεί στην επόμενη ενότητα.

Η εξοικονομούμενη ενέργεια μπορεί να γραφεί ως :

Απώλειες χωρίς μόνωση – απώλειες με μόνωση

δηλαδή:

$$Q_0 - Q = h_c \Delta T A - \frac{\Delta T A}{\frac{x}{k} + \frac{1}{h_c}} \quad (3-14)$$

Επομένως, η αντικειμενική συνάρτηση (σε ετήσια βάση) που θα είναι κέρδος από απώλειες θερμότητας που αποφεύγουμε μείον ετήσια δόση αποπληρωμής δανείου, γράφεται τελικά:

$$F = (Q_0 - Q) Y H \frac{1}{r} - (C_0 + C_1 x) A \quad (3-15)$$

(έχουμε διαιρέσει με το r και τα δύο μέλη: $F = f / r$. Αυτό δε βλάπτει γιατί για κάθε έτος το r είναι δεδομένη σταθερή παράμετρος)

Από το συνδυασμό των δύο τελευταίων, παραγωγή ως προς το πάχος μόνωσης και εύρεση της ρίζας της παραγωγού προκύπτει

$$x^* = k \left\{ \left(\frac{H Y \Delta T}{10^6 k C_1 r} \right)^{1/2} - \frac{1}{h_c} \right\} \quad (3-16)$$

Παρατηρούμε ότι δεν υπεισέρχεται η επιφάνεια του σωλήνα. Αυτό είναι φυσικό γιατί το άριστο πάχος αφορά οποιοδήποτε τμήμα ή μήκος σωλήνα (αρκετά μεγάλο ώστε οι απώλειες στα άκρα να είναι αμελητέες σε σχέση με τις συνολικές). Αν παρατηρήσουμε τις εξισώσεις (3-14) και (3-15), θα δούμε ότι η κοινή επιφάνεια A στην οποία ανάγονται οι θερμικές αντιστάσεις, μπορεί να βγει ως κοινός παράγοντας και να διαιρέσουμε με αυτή την αντικειμενική συνάρτηση χωρίς να πειράζει αφού δεν πρόκειται για μεταβλητή του προβλήματος. Θα μπορούσαμε δηλαδή να είχαμε κάνει τον υπολογισμό για $A = 1$ και θα παίρναμε το ίδιο αποτέλεσμα. Η επιφάνεια είναι ανάλογη με το μήκος του σωλήνα και με την ακτίνα που αντιστοιχεί σε αυτή την επιφάνεια, εσωτερική ή εξωτερική, $A = 2\pi RL$. Εφόσον το μήκος του είναι αρκετά μεγάλο και η ακτίνα σταθερή, δεν υπάρχει λόγος να περιμένουμε άλλο αποτέλεσμα για μια τιμή του L και άλλο για κάποια άλλη. Αν

το αποτέλεσμα μας ήταν συνάρτηση του L , θα υποπτευόμαστε ότι έχουμε λάθος στις πράξεις μας ή στα δεδομένα και τις παραδοχές!

3.3 Χρονική Αξία του Χρήματος

3.3.1. Βασικές έννοιες

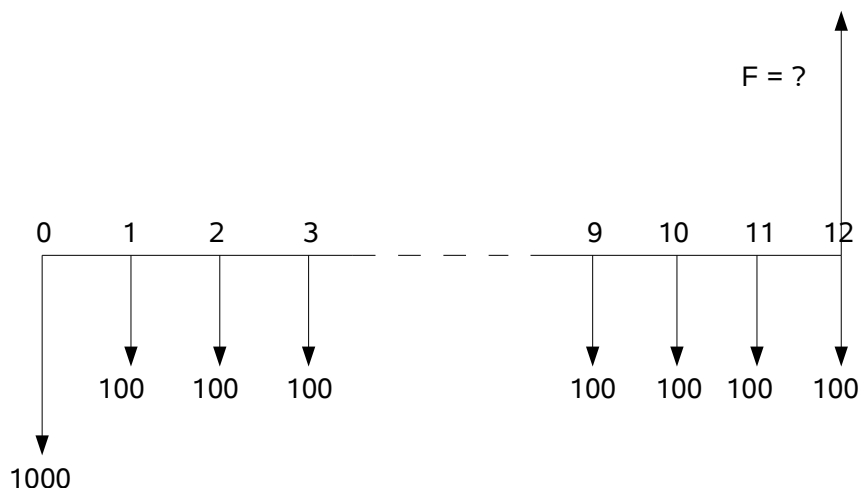
Μέχρι εδώ, μελετήσαμε αντικειμενικές συναρτήσεις που έχουν σχέση με το πάγιο κόστος, το λειτουργικό κόστος και τα έσοδα. Αλλά δεν κάναμε μελέτη σε βάθος χρόνου ή αν το κάναμε, θεωρήσαμε ότι αυτό δεν έχει επίπτωση στον υπολογισμό των οικονομικών μεγεθών. Τα επενδυτικά σχέδια έχουν βάθος χρόνου και το πιο σύνηθες είναι να υπολογίζουμε χρηματοροές σε ετήσια βάση για ένα χρονικό ορίζοντα που μπορεί να εκτείνεται σε 5, 10 ή και περισσότερα χρόνια. Θα δούμε ότι αυτό επηρεάζει τον τρόπο με τον οποίο υπολογίζεται μια χρηματοοικονομική αντικειμενική συνάρτηση.

Χρονική αξία χρήματος: Η αξία του χρήματος τώρα δε θεωρείται ίδια με αυτή στο μέλλον αλλά μεγαλύτερη επειδή χρήμα που είναι διαθέσιμο τώρα μπορεί να επενδυθεί αμέσως και να αρχίσει να αποδίδει, ενώ χρήμα που δεν έχει ληφθεί ακόμη σημαίνει *κόστος ευκαιρίας*. Η γνωστή παροιμία, "κάλλιο πέντε και στο χέρι παρά δέκα και καρτέρει" είναι ένας εμπειρικός κανόνας γενικής εφαρμογής!

Το τυπικό σενάριο στην οικονομική ανάλυση επενδυτικών σχεδίων, είναι να έχουμε πάγιο κόστος, συνήθως στην αρχή (παρόν) του έργου και έσοδα μαζί με λειτουργικά έξοδα στο μέλλον. Αφού η αξία του χρήματος είναι, με το παραπάνω σκεπτικό, διαφορετική για κάθε χρονική περίοδο, τα έσοδα και έξοδα πρέπει να *αναχθούν σε κοινή βάση* ώστε να κάνουμε τους υπολογισμούς μας (π.χ. μεγιστοποίηση της αντικειμενικής συνάρτησης που μπορεί να έχει οριστεί ως το κέρδος της επιχείρησης). Για να έχουμε μια οπτική αντίληψη των παραπάνω, συνηθίζεται να παριστάνουμε τις χρηματοροές στη διάρκεια ζωής ενός επενδυτικού σχεδίου με το *επενδυτικό χρονοδιάγραμμα*.

Σαν ένα απλό παράδειγμα, ας υποθεθεί ότι καταθέτω 1000 ευρώ στην αρχή του έτους και 100 ευρώ στο τέλος κάθε μήνα με επιτόκιο $i = 5\%$. Πόσα χρήματα F θα πάρω στο τέλος του έτους;

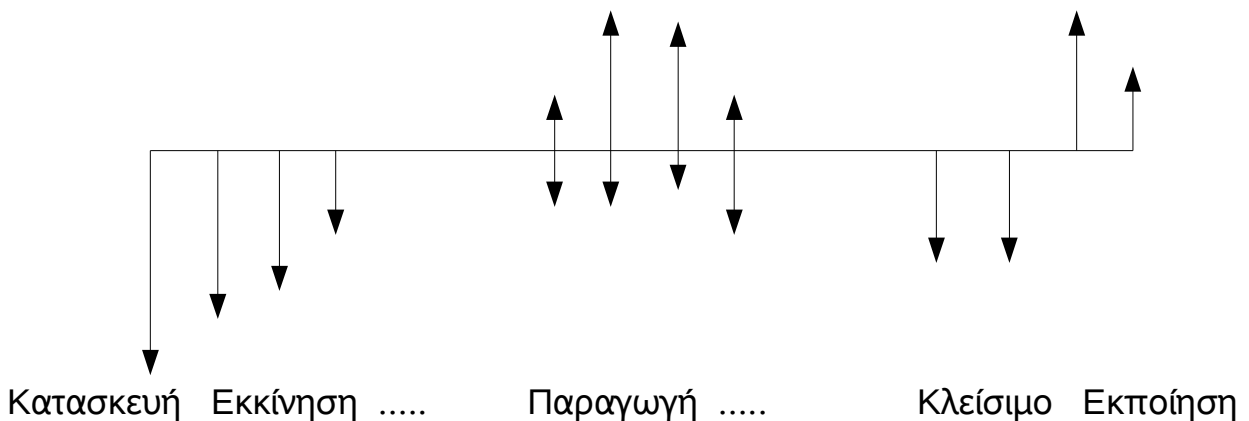
Το επενδυτικό χρονοδιάγραμμα που αντιστοιχεί στο παραπάνω σενάριο φαίνεται στο Σχήμα 3.3. Τα βέλη με κατεύθυνση προς τα πάνω παριστάνουν χρήματα που λαμβάνουμε, ενώ τα βέλη προς τα κάτω είναι τα χρήματα που πληρώνουμε.



Σχήμα 3.3 Ένα απλό επενδυτικό χρονοδιάγραμμα.

Γενικότερα, σε ένα επενδυτικό σχέδιο μπορούμε να διακρίνουμε τις φάσεις που φαίνονται στο Σχήμα 3.4. Κατά την κατασκευή έχουμε την πάγια επένδυση (οικόπεδο, εξοπλισμός κλπ), ενώ

μπορεί να ακολουθήσει μια περίοδος δοκιμαστικής λειτουργίας (φάση εκκίνησης) όπου υπάρχουν λειτουργικά έξοδα αλλά όχι ακόμη πωλήσεις. Στη φάση της παραγωγής μπορεί να παρατηρούνται διακυμάνσεις, π.χ. λόγω των μεταβαλλόμενων τιμών πώλησης και γενικότερα των συνθηκών στην αγορά. Αυτό μπορεί να υπαγορεύει και αλλαγή του ρυθμού παραγωγής από έτος σε έτος κλπ. Με την πάροδο του χρόνου μπορεί να υπάρχει μια πτωτική τάση, καθώς η αγορά διαφοροποιείται ή εμφανίζονται ανταγωνιστές, ώσπου φτάνουμε στο σημείο όπου τα έξοδα υπερβαίνουν τα έσοδα. Τότε, πρέπει να εκτιμηθεί αν πρόκειται για πρόσκαιρη διακύμανση της αγοράς και θα υπάρξουν νέα κέρδη στο μέλλον ή αν πλέον το επενδυτικό σχέδιο έκανε τον κύκλο του και πρέπει να τελειώσει. Στην τελευταία περίπτωση έχουμε τη φάση του κλεισίματος με το τέλος της οποίας μπορεί να έχουμε τα τελευταία έσοδα από την εκποίηση εξοπλισμού (ρευστοποίηση) που δεν έχει απαξιωθεί ή δίνεται ως "scrap".



Σχήμα 3.4 Τυπικό επενδυτικό χρονοδιάγραμμα με τις φάσεις του επενδυτικού σχεδίου.

Οι χρηματορροές που φαίνονται στα παραπάνω παραδείγματα αντιστοιχούν σε διαδοχικά έτη (ή άλλες περιόδους) και επομένως, σύμφωνα με την έννοια της χρονικής αξίας, έχουν διαφορετική αξία τόσο μεταξύ τους όσο και σε σχέση με μια χρηματορροή "σήμερα". Γι αυτό, κάνουμε διάκριση μεταξύ **παρούσας**, δηλαδή σημερινής και **μέλλουσας αξίας** που αναφέρεται σε προβλεπόμενες χρηματορροές για κατοπινά έτη. Για να κάνουμε σωστή αξιολόγηση μιας επένδυσης πρέπει να ανάγουμε το ένα είδος αξίας στο άλλο κι αυτό μπορεί να γίνει αν γνωρίζουμε κάποια σχέση που τις συνδέει.

Έτσι, για να βρούμε τον τρόπο με τον οποίο ανάγουμε τις αξίες σε μια κοινή χρονική βάση, σκεφτόμαστε ως εξής: αν έχουμε ένα χρηματικό ποσό μπορούμε να το επενδύσουμε σε ένα πλάνο διάρκειας, έστω 10 χρόνων ή να το καταθέσουμε σε μια τράπεζα με επιτόκιο, π.χ. 2%. Για να έχουμε λόγο να επενδύσουμε, πρέπει τα κέρδη μας στο τέλος των 10 χρόνων να υπερβαίνουν τους αντίστοιχους τόκους με το επιτόκιο των 2%. Άρα το επιτόκιο είναι ένα καλό μέτρο σύγκρισης των εναλλακτικών επενδύσεων και μπορεί να χρησιμεύσει ως μέτρο υπολογισμού των χρονικών αξιών. Γενικότερα, για να υπολογίσουμε τη σχέση μεταξύ παρούσας και μελλοντικής αξίας βασιζόμαστε στην παραδοχή ανατοκισμού με κάποιο επιτόκιο i ανά μήνα ή συνήθως ανά έτος. Ας συμβολίσουμε την αρχική μας επένδυση ή παρούσα αξία με P . Το ποσό στο τέλος μιας περιόδου ανατοκισμού ή μέλλουσα αξία F θα είναι:

$$P(1 + i) = F_1$$

Το ποσό στο τέλος της n -στής περιόδου ανατοκισμού θα πρέπει να είναι:

$$P(1 + i)^n = F_n$$

Άρα, για δεδομένη μέλλουσα αξία F_n η παρούσα αξία θα είναι

$$P = \frac{F_n}{(1+i)^i} \quad (3-17)$$

Όταν έχουμε μια σειρά χρηματοροών που διαφέρουν γενικά από έτος σε έτος, θα πρέπει να πάρουμε ένα άθροισμα όρων της παραπάνω μορφής:

$$P = \sum_{k=1}^n \frac{F_k}{(1+i)^k} \quad (3-18)$$

Όταν οι μελλοντικές αξίες, F_k , είναι ίσες, μπορούν να βγούνε ως κοινός παράγοντας από το άθροισμα αφήνοντας μια παράσταση που μπορεί να υπολογιστεί ακριβώς αφού δεν είναι παρά μια γεωμετρική πρόοδος. Έτσι, αν θεωρήσουμε μελλοντικές πληρωμές ίσες με τη μονάδα από την περίοδο m μέχρι την περίοδο n , θα προκύψει η ποσότητα:

$$P = \sum_{k=m}^n \frac{1}{(1+i)^k} = \frac{(1+i)^{n-m+1} - 1}{i(1+i)^n} \quad (3-19)$$

Αν $m = 1$, δηλαδή υπολογίζουμε την παρούσα αξία για ίσες μοναδιαίες χρηματοροές που αρχίζουν από σήμερα, τότε βρίσκουμε:

$$P = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \quad (3-20)$$

Αυτή την παράσταση ονομάζουμε **παράγοντα ανάκτησης κεφαλαίου** ή **παράγοντα παρούσας αξίας** ενώ το αντίστροφο αυτού είναι ο **πολλαπλασιαστής αποπληρωμής** r_P που συναντήσαμε ήδη στο παράδειγμα 3-3 σε σχέση με τον προσδιορισμό της δόσης για την αποπληρωμή δανείου:

$$r_P = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \quad (3-21)$$

Συνηθίζεται, για γρήγορες εκτιμήσεις να ανατρέχει κανείς σε πίνακες που δίνουν τον παράγοντα ανάκτησης ή τον πολλαπλασιαστή αποπληρωμής για διάφορες επενδυτικές διάρκειες n και επιτόκια i και τότε ο υπολογισμός της παρούσας αξίας απλοποιείται πάρα πολύ αφού ισχύει: $P = F / r_P$, $r_P = F / P$ και $F = P r_P$.

Εντελώς ανάλογα υπολογίζουμε τη μελλοντική αξία σειράς πληρωμών όχι απαραίτητα ίσων:

$$F = \sum_{k=1}^n P_k (1+i)^{n-k+1} \quad (3-22)$$

Εδώ, όπως βλέπουμε, πρέπει να πολλαπλασιάσουμε την εκάστοτε παρούσα (για το έτος k) αξία με την κατάλληλη δύναμη του παράγοντα $1+i$. Η μελλοντική αξία σειράς πληρωμών ίσων με τη μονάδα από περίοδο m μέχρι περίοδο n , δίνεται από:

$$F = (1+i)^n \sum_{k=m}^n \frac{1}{(1+i)^k} = \frac{(1+i)^{n-m+1} - 1}{i} \quad (3-23)$$

και αν $m=1$ τότε

$$F = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad (3-24)$$

Κλείνουμε τη βασική παρουσίαση των εννοιών με μερικά σχόλια για το χρησιμοποιούμενο

επιτόκιο i . Αυτό είναι κάτι που αντιπροσωπεύει την κοινά αποδεκτή αξία του παρόντος έναντι μελλοντικά διαθέσιμου χρηματικού ποσού, όπως π.χ. το μέσο τραπεζικό επιτόκιο για δανεισμό σε επιχειρήσεις. Αν θέλουμε να κάνουμε πιο λεπτομερή ανάλυση ώστε να εκτιμήσουμε τα περιθώρια σφάλματος της αξιολόγησης που κάνουμε, μπορούμε να συνυπολογίσουμε τον *πληθωρισμό*, εφόσον έχουμε κάποια καλή εκτίμηση για τη μεταβολή του ή τα όριά των διακυμάνσεων του στο μέλλον. Αν αυτός παριστάνεται με j τότε κάθε όρος στις παραπάνω σχέσεις πολλαπλασιάζεται ή διαιρείται και με την κατάλληλη δύναμη του $1+j$. Από τη σχέση

$$(1+i)(1+j) = 1 + i + j + ij$$

συμπεραίνουμε ότι το πραγματικό μέτρο της χρονικής αξίας του χρήματος είναι το τροποποιημένο επιτόκιο $i' = i + j + ij$. Αν θέλουμε να κάνουμε τόσο λεπτομερειακή ανάλυση, θα πρέπει να λάβουμε επίσης υπ' όψιν τις μεταβολές του επιτοκίου από έτος σε έτος, αντί να το θεωρούμε σταθερό, πράγμα που θα ήταν μια πολύ εξιδανικευμένη προσέγγιση.

Τέλος, ας σημειωθεί ότι, όπως συνηθίζεται, αναφερόμαστε στο επιτόκιο ως ποσοστό επί τοις εκατό (%) αλλά στις πράξεις αυτό υπεισέρχεται ως κλάσμα, π.χ. $5\% = 0.05$ κλπ.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3-4 Επιλογή εξοπλισμού που θα αγοραστεί

Έστω μια ηλεκτροχημική διεργασία. Οι συνήθεις άνοδοι διαρκούν 2 χρόνια και πρέπει να αντικατασταθούν με κόστος 20,000 ευρώ. Προσφέρεται η εναλλακτική λύση να προμηθευτούμε χημικά εμποτισμένες άνοδους με χρόνο ζωής 6 χρόνια και κόστος 56,000 ευρώ. Για θεωρούμενο ετήσιο επιτόκιο 6% ποια είναι η φθηνότερη εναλλακτική;

Απάντηση:

Η πρώτη εναλλακτική ισοδυναμεί με 3 χρηματορροές στα έτη 0, 2 και 4, άρα η παρούσα αξία είναι

$$P = \frac{-20000}{1} + \frac{-20000}{(1+0.06)^2} + \frac{-20000}{(1+0.06)^4} = -53.642 \quad (3-25)$$

Αφού αυτή είναι, κατ' απόλυτη τιμή, μικρότερη από το κόστος της ανόδου με 6 έτη διάρκεια ζωής, η πρώτη εναλλακτική είναι προτιμώτερη από τη δεύτερη, αν το δούμε μόνο από καθαρά οικονομική άποψη.

3.3.2 Κριτήρια αξιολόγησης επενδυτικών σχεδίων

Η χρονική αξία του χρήματος θέτει την έκφραση της αντικειμενικής συνάρτησης και το ζήτημα της αριστοποίησης σε πιο ρεαλιστική βάση. Η κύρια χρήση της έγκειται στην αξιολόγηση εναλλακτικών επενδυτικών λύσεων που μπορεί να έχουν ίση ή και διαφορετική διάρκεια ζωής. Αυτή η αξιολόγηση γίνεται με τη βοήθεια κριτηρίων που επιτρέπουν να κατατάξουμε τις εναλλακτικές λύσεις σε σχέση με την οικονομική αποδοτικότητά τους.

Για γρήγορες και πρόχειρες εκτιμήσεις υπάρχουν και κριτήρια αξιολόγησης επενδύσεων που δε χρησιμοποιούν τη χρονική αξία, η οποία εμπεριέχεται σε άλλα κριτήρια, κατάλληλα για ακριβέστερη και ασφαλέστερη αξιολόγηση. Τα κυριότερα κριτήρια και των δύο κατηγοριών είναι τα εξής:

Περίοδος αποπληρωμής, PBP, Payback period. Ορίζεται πολύ απλά ως

$$PBP = \frac{\text{κόστος επένδυσης}}{\text{χρηματορροή ανά περίοδο}} \quad (3-26)$$

και ουσιαστικά δείχνει πότε παίρνουμε τα λεφτά μας πίσω, επομένως είναι επιθυμητό να την ελαχιστοποιήσουμε

Επιστροφή επί της επένδυσης, Return on Investment. Ορίζεται ως το ποσοστό που

αντιπροσωπεύει το ετήσιο εισόδημα επί της αρχικής επένδυσης,

$$ROI = 100 \times \text{καθαρό ετήσιο εισόδημα (μείον φόροι)} / \text{επένδυση} \quad (3-27)$$

Όσο μεγαλύτερο τόσο καλύτερα. Δείχνει πόσο γρήγορα, με τι ρυθμό, παίρνουμε πίσω τα χρήματα που επενδύσαμε, επομένως θέλουμε να τη μεγιστοποιήσουμε

Καθαρή παρούσα αξία, Net Present Value, NPV: γνωρίζοντας βάσει εκτιμήσεων και υπολογισμών τις ετήσιες χρηματοροές στη διάρκεια του επενδυτικού σχεδίου, καθώς και το επιτόκιο (ποσοστιαίο κόστος χρήματος), τις ανάγουμε στην παρούσα αξία με βάση τις σχέσεις της προηγούμενης υποενότητας. Προτιμάται η εναλλακτική λύση με τη μεγαλύτερη καθαρή παρούσα αξία, επομένως γενικά, επιδιώκουμε να τη μεγιστοποιήσουμε.

Εσωτερικός Βαθμός Απόδοσης, Internal Rate of Return, IRR. Αυτό το κριτήριο είναι συμπληρωματικό ως προς το προηγούμενο. Εδώ, το κόστος χρήματος (επιτόκιο) δεν το παίρνουμε ως δεδομένο, αλλά το υπολογίζουμε. Συγκεκριμένα, βρίσκουμε ένα επιτόκιο τέτοιο ώστε η NPV του αθροίσματος της αρχικής επένδυσης με τις μελλοντικές χρηματοροές να δίνει μηδέν. Όσο μεγαλύτερος είναι ο IRR, τόσο πιο ελκυστική η επένδυση. Αυτό το καταλαβαίνουμε καλύτερα, αν σκεφτούμε τι σημαίνει το επιτόκιο πρακτικά, σε σχέση με την παρούσα αξία. Το επιτόκιο δείχνει το "ρυθμό απαξίωσης" του χρήματος που δεν διατίθεται προς επένδυση για n έτη. Αν το επιτόκιο είναι π.χ. 5% και ο IRR μιας επένδυσης είναι 10%, αυτό θα πει ότι η επένδυση αποδίδει τόσο γρήγορα, ώστε με 5% ρυθμό απαξίωσης θα εξακολουθεί να προσφέρει κέρδος. Θα έπρεπε το επιτόκιο υπολογισμού της NPV να είναι τουλάχιστον 10% ώστε η εξεταζόμενη επένδυση να μη μπορεί να αποφέρει κέρδος. Συνοπτικά, μπορούμε να πούμε ότι το κριτήριο αυτό εκφράζει την "αντοχή" μιας οποιασδήποτε επένδυσης (βιομηχανικής, καταθετικής κλπ) έναντι της απαξίωσης του χρήματος (στο παράδειγμά μας, αντέχει μέχρι 10% απαξίωση ετησίως). Προφανώς, τον εσωτερικό βαθμό απόδοσης επιδιώκουμε να τον μεγιστοποιήσουμε.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3-5 Αξιολόγηση με ταυτόχρονη PBP, NPV και IRR έργων ίσης διάρκειας.

Θεωρούμε δύο εναλλακτικά επενδυτικά σχέδια Α και Β. Το Α αφορά κάποιο καινοτόμο προϊόν το οποίο αρχικά θα καταλάβει μεγάλο μερίδιο της αγοράς και μετά οι πωλήσεις του θα μειωθούν λόγω της εμφάνισης ανταγωνιστικών προϊόντων ή παραγωγής του από άλλους επενδυτές με συνακόλουθη μείωση της τιμής πώλησης ή του μεριδίου στην αγορά. Με αυτό το σκεπτικό, το σχέδιο Α έχει διάρκεια ζωής 10 χρόνια και απαιτεί αρχική επένδυση 100,000 ευρώ με ετήσια ταμειακή ροή (μετά από αφαίρεση των φόρων) 20,000 ευρώ τα πρώτα 4 χρόνια ακολουθούμενη από 10,000 ευρώ για τα χρόνια από 5 μέχρι και 10.

Το σχέδιο Β διαρκεί 10 χρόνια και απαιτεί ίση επένδυση με το Α αλλά οι ταμειακές ροές είναι 15,000 ευρώ ετησίως επειδή αφορά κάποιο βασικό αγαθό με σταθερή ζήτηση που δεν προβλέπεται να έχει σημαντικές διακυμάνσεις. Να αξιολογηθούν τα έργα με τα κριτήρια PBP, NPV και IRR. Για τη μέθοδο NPV υποθέστε επιτόκιο 2%.

Λύση:

α) Το σχέδιο Α απαιτεί 4 χρόνια στα 20,000 και 2 χρόνια στα 10,000 για να δώσει πίσω τα χρήματα της επένδυσης, δηλαδή σύνολο 6 χρόνια. Για το σχέδιο Β ο χρόνος αποπληρωμής βρίσκεται ότι είναι: $100000/15000 = 6.67$ χρόνια.

Τα αποτελέσματα είναι παραπλήσια με το Α να υπερέχει ελαφρά. Λόγω του πολύ προσεγγιστικού και χονδροειδούς χαρακτήρα του κριτηρίου, η παραπάνω μικρή διαφορά δε μας επιτρέπει να αποφανθούμε με βεβαιότητα για το προτιμώτερο έργο.

β) Καθαρή Παρούσα Αξία για το σχέδιο Α:

$$NPV = -\frac{100000}{(1+0.1)^0} + \sum_{k=1}^4 \frac{20000}{(1+0.1)^k} + \sum_{k=5}^{10} \frac{10000}{(1+0.1)^k} = 27903 \quad (3-28)$$

Σχέδιο Β:

$$NPV = -\frac{100000}{(1+0.1)^0} + \sum_{k=1}^{10} \frac{15000}{(1+0.1)^k} = 34739 \quad (3-29)$$

Με αυτό το κριτήριο και για το δεδομένο επιτόκιο, το επενδυτικό σχέδιο Β δείχνει να αποφέρει σαφώς περισσότερα έσοδα, ανατρέποντας τη χονδρική και αβέβαιη εκτίμηση του χρόνου αποπληρωμής.

γ) Εσωτερικός βαθμός απόδοσης για το σχέδιο Α:

$$-\frac{100000}{(1+i)^0} + \sum_{k=1}^4 \frac{20000}{(1+i)^k} + \sum_{k=5}^{10} \frac{10000}{(1+i)^k} = 0 \Rightarrow i = 8,06\% \quad (3-30)$$

Σχέδιο Β:

$$-\frac{100000}{(1+i)^0} + \sum_{k=1}^{10} \frac{10000}{(1+i)^k} = 0 \Rightarrow i = 8,14\% \quad (3-31)$$

Αυτή είναι μία πολύ μικρή διαφορά, τόσο ώστε ίσως δε θα έπρεπε να ληφθεί υπ' όψιν αυτό το κριτήριο. Η συνολική εικόνα και από τα τρία κριτήρια φαίνεται κάπως αβέβαιη και αντιφατική αλλά το κριτήριο NPV έφερε το πιο σαφές αποτέλεσμα δείχνοντας μια σημαντική υπεροχή του σχεδίου Β.

Λόγω της μεγάλης διάρκειας του έργου, υπάρχει σημαντική αβεβαιότητα. Μία επιπλέον βοήθεια θα μπορούσε να προέλθει από τη λεγόμενη **ανάλυση ευαισθησίας**. Αυτό πρακτικά σημαίνει, να μεταβάλλουμε ελαφρά κάποιες παραμέτρους του μοντέλου, ώστε να δούμε ποια θα ήταν η μεταβολή στα παραπάνω μεγέθη. Η ανάλυση ευαισθησίας δείχνει πόσο "αντέχει" η αρχική εκτίμησή μας σε εσφαλμένες π.χ. λόγω προσεγγίσεων, εκτιμήσεις των αρχικών παραμέτρων ή σε αναθεωρήσεις των αρχικών τιμών τους λόγω νέων αναγκών. Η συστηματική εφαρμογή της ανάλυσης ευαισθησίας συνίσταται στη μεταβολή κάθε παραμέτρου χωριστά κρατώντας σταθερές τις υπόλοιπες στις αρχικές τιμές. Τότε, ξεχωρίζουμε τις **κρίσιμες μεταβλητές**, δηλαδή αυτές που για δεδομένη ποσοστιαία μεταβολή, π.χ. 1%, επιφέρουν αλλαγή στο αποτέλεσμα πάνω από ένα κατώφλι που έχουμε ορίσει ως σημαντικό, π.χ. 5%. Οι κρίσιμες μεταβλητές είναι αυτές που μπορεί να επιφέρουν μεγαλύτερες ανατροπές στα συμπεράσματά μας. Η αξιολόγηση ολοκληρώνεται με την **ανάλυση κινδύνου**, δηλαδή την εκτίμηση της πιθανότητας να συμβεί όντως μια τέτοια μεταβολή. Αυτή χρειάζεται ιστορικά στοιχεία για τον καθορισμό της κατανομής πιθανότητας όπου υπακούει κάθε μεταβλητή. Αν τα στοιχεία αυτά απουσιάζουν ή είναι ανεπαρκή, θα πρέπει τουλάχιστον να διατυπωθούν αντίστοιχες εύλογες υποθέσεις.

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, θα περιοριστούμε να εφαρμόσουμε την ανάλυση ευαισθησίας στις μεταβλητές που μας φαίνεται πιο εύλογο και πιθανό να υποστούν μεταβολές ή να έχουν εκτιμηθεί λανθασμένα. Μια τέτοια επιλογή θα ήταν να μεταβάλλαμε τις ετήσιες ταμειακές ροές. Πράγματι, αυτές εξαρτώνται από τα έσοδα, τα οποία με τη σειρά τους είναι συνάρτηση των γενικότερων εξελίξεων στην αγορά και στην οικονομία, άρα χαρακτηρίζονται από μεγάλη αβεβαιότητα. Η αβεβαιότητα αυτή εξαρτάται βέβαια και από το είδος του προϊόντος. Αν πρόκειται για προϊόν το οποίο είναι είδος πρώτης ανάγκης ή είναι σημαντικό ως πρώτη ύλη σε πολλές άλλες διεργασίες κλπ και υπάρχει εδώ και αρκετό καιρό στην αγορά, οι εκτιμήσεις μας θα είναι πιο ακριβείς. Σε άλλες περιπτώσεις (π.χ. νέα ή πολύ ειδικευμένα προϊόντα) είναι φυσικό να υπάρχει μεγαλύτερη αβεβαιότητα.

Εφαρμόζοντας τα παραπάνω στο παράδειγμά μας, θα θεωρήσουμε ότι η πρόβλεψη για το σχέδιο Β είναι πιο ακριβής επειδή αφορά ένα πιο βασικό και απαραίτητο προϊόν και θα ελέγξουμε πόσο πρέπει να μεταβληθούν οι προβλεπόμενες χρηματοροές του σχεδίου Α για να γίνει ανταγωνιστικό ως προς το Β (οι υπολογισμοί μπορούν να γίνουν πολύ εύκολα με τη βοήθεια

προγραμμάτων λογιστικών φύλλων όπως το Excel ή το OpenOffice Calc). Αν αυξήσουμε τη χρηματοροή των 4 πρώτων χρόνων από 20 σε 22 χιλιάδες, θα πάρουμε παρούσα αξία ίση με 35519 που υπερβαίνει ελαφρά αυτή του B. Αν αντί για τη χρηματοροή των 20 χιλιάδων αυξήσουμε αυτή των τελευταίων έξη χρόνων από 10 σε 11,5 χιλιάδες, θα πάρουμε παρούσα αξία ίση με 35665 που και πάλι υπερβαίνει αυτή του σχεδίου B ελαφρά. Οι αλλαγές που κάναμε δεν είναι παράλογες και δείχνουν ότι η διαφορά της παρούσας αξίας που προβλέψαμε αρχικά για τα δύο σχέδια είναι, πιθανότατα, στα όρια της αβεβαιότητας των εκτιμήσεων που κάναμε για τις ετήσιες χρηματοροές.

Προτεινόμενο mini project: Θεωρήστε ως μεταβλητές του προβλήματος το επιτόκιο i , τις αρχικές επενδύσεις I_A και I_B των δύο επενδυτικών σχεδίων, τις χρηματοροές CF_{A1} , CF_{A2} για το σχέδιο A και CF_B για το B. Εκτελέστε ανάλυση ευαισθησίας και κινδύνου ακολουθώντας τα παρακάτω βήματα:

- Χρησιμοποιώντας κάποιο πρόγραμμα λογιστικών φύλλων όπως το Excel ή το OpenOffice Calc, "παίξτε" με τις μεταβλητές αυτές μεταβάλλοντας κάθε μία χωριστά κατά ένα ποσοστό, π.χ. $\pm 1\%$, ενώ οι άλλες διατηρούν τις αρχικές τιμές.
- Καταγράψτε την ποσοστιαία μεταβολή στην καθαρή παρούσα αξία κάθε έργου και με βάση αυτό το αποτέλεσμα κατατάξτε τις μεταβλητές κάθε έργου κατά σειρά σπουδαιότητας ή κρισιμότητας.
- Διατυπώστε υποθέσεις που θεωρείτε λογικές για την πιθανότητα κάθε μεταβλητής να αλλάξει κατά το ποσοστό που χρησιμοποιήσατε και κατατάξτε τις μεταβλητές και με αυτό το κριτήριο.
- Από τα προηγούμενα δύο βήματα, για κάθε μεταβλητή προκύπτουν δύο αριθμοί κατάταξης ή "συντεταγμένες". Τοποθετήστε, με βάση αυτούς τους αριθμούς, τις μεταβλητές κάθε έργου σε έναν πίνακα (4X4 για το A και 3X3 για το B).
- Αν οι μεταβλητές με τη μεγαλύτερη σπουδαιότητα (έστω, με δείκτες 1,1) είναι πάνω αριστερά και αυτές με τη μικρότερη είναι κάτω δεξιά στον πίνακα, τότε βρείτε τη σημαντικότερη ή τις σημαντικότερες μεταβλητές, δηλαδή αυτές που απέχουν λιγότερο από το πάνω αριστερό τετράγωνο του πίνακα. Την απόσταση ορίστε την με τη "μετρική τύπου σκακιάρας", δηλαδή ως $\max\{i-1, j-1\}$ όπου i, j οι αριθμοί κατάταξης της θεωρούμενης μεταβλητής.
- Για κάθε επενδυτικό σχέδιο, καταγράψτε την καθαρή παρούσα αξία για τις αρχικές τιμές των μεταβλητών, τη μεταβολή κάθε σημαντικής μεταβλητής κατά το ποσοστό που ορίσατε αρχικά και τέλος, υπολογίστε και καταγράψτε την καθαρή παρούσα αξία για το χειρότερο σενάριο (worst case scenario) όπου οι σημαντικές μεταβλητές μεταβάλλονται συγχρόνως κατά το θεωρούμενο ποσοστό (εφόσον προσδιορίσατε περισσότερες από μία για κάθε σχέδιο, λόγω ίσης απόστασης από το τετράγωνο 1,1 του πίνακα). Επιλέξτε επένδυση με βάση την εικόνα από αυτά τα δεδομένα.
- Επίσης, τροποποιήστε ένα ή περισσότερα από τα παραπάνω βήματα που πιστεύετε ότι επιδέχονται βελτίωση και καταστρώστε με αυτό τον τρόπο, μία δική σας μέθοδο αξιολόγησης. Εφαρμόστε τη και κρίνετε τα αποτελέσματα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3-6 Έργα με άνιση διάρκεια ζωής

Το σχέδιο C θα διαρκέσει 20 χρόνια και η ετήσια ταμειακή ροή (μετά από φόρους) είναι 48000 για αρχική επένδυση 300000. Το σχέδιο D έχει 5 χρόνια διάρκεια και ετήσια ταμειακή ροή 100000 για αρχική επένδυση επίσης 300000. Να συγκριθούν με εσωτερικό βαθμό απόδοσης και καθαρή παρούσα αξία για επιτόκιο 2%.

Απάντηση: Επειδή οι ετήσιες χρηματοροές είναι ίσες, για την εύρεση του IRR μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη σχέση $P = F / r_P$, όπου το r_P υπολογίζεται εύκολα ή βρίσκεται από πίνακες. Ουσιαστικά, θέλουμε να βρούμε το επιτόκιο για το οποίο $P = 300,000$. Τελικά, βρίσκουμε ότι οι εσωτερικοί βαθμοί απόδοσης για το C είναι 15% ενώ για το D είναι 19,85%. Το D πλεονεκτεί από την άποψη ότι σε σύντομο χρονικό διάστημα (μόλις 5 χρόνια) δίνει επιστροφές σε υψηλό επίπεδο. Υπολογίζουμε την NPV για κάθε σχέδιο:

Σχέδιο C

$$NPV \sum_{k=1}^{20} \frac{48000}{(1+i)^k} - 300000 = 484869 \quad (3-32)$$

Σχέδιο D

$$NPV \sum_{k=1}^5 \frac{100000}{(1+i)^k} - 300000 = 171345 \quad (3-33)$$

δηλαδή προτιμώτερο με αυτό το κριτήριο, φαίνεται να είναι το σχέδιο C επειδή στο διάστημα των 20 χρόνων θα φέρει συνολικά μεγαλύτερης αξίας χρηματικό ποσόν. Αυτό έρχεται σε σύγκρουση με το προηγούμενο αποτέλεσμα. Ας προσέξουμε όμως ότι τα δύο κριτήρια είναι συμπληρωματικά και φωτίζουν δύο όψεις του προβλήματος. Αν και το σχέδιο C εμφανίζεται αποδοτικότερο, έχει μικρότερες “αντοχές” από το D σε μεταβολές του επιτοκίου. Το σχέδιο D δίνει μικρότερο αλλά πιο σταθερό κέρδος. Όμως, από το 2% που θεωρήσαμε μέχρι το 15% (βαθμός απόδοσης σχεδίου C), υπάρχει μεγάλο περιθώριο, ώστε να μην αποτελεί αυτό από μόνο του σοβαρό λόγο απόρριψης.

Αν θεωρήσουμε επιτόκιο αυξημένο σε 5% (εκτίμηση που μπορεί να συμπεριλαμβάνει και τον πληθωρισμό), οι παρούσες αξίες γίνονται περίπου 298000 και 133000 (μείωση κατά 38% και 24% αντίστοιχα). Πάντως, έχει υποστηριχθεί ότι είναι προτιμώτερη η καθαρή παρούσα αξία, και μάλιστα όταν οι ταμειακές ροές ανά έτος έχουν σημαντικές διαφορές, επειδή δίνει πιο ρεαλιστικά αποτελέσματα. Επομένως, προτιμούμε το σχέδιο C, υπό την προϋπόθεση ότι δεν υπάρχει λόγος να υποθέσουμε σημαντικές μεταβολές στο επιτόκιο και τις χρηματοροές.

Προτεινόμενη άσκηση: Χρησιμοποιώντας ένα πρόγραμμα λογιστικών φύλλων όπως το Excel ή το OpenOffice Calc, υπολογίστε την καθαρή παρούσα αξία κάθε επενδυτικού σχεδίου για επιτόκια από 0 ως 15% και κάντε το αντίστοιχο διάγραμμα. Από τα στοιχεία αυτά, βρείτε για ποιο επιτόκιο τα δύο επενδυτικά σχέδια δίνουν ίση καθαρή παρούσα αξία και πόση είναι αυτή. Η σημασία του ευρήματος αυτού έγκειται στο ότι βοηθά να κάνουμε ένα είδος ανάλυσης ευαισθησίας σε σχέση με το επιτόκιο και να δούμε πόσο εύκολο και πιθανό είναι να ανατραπεί η εικόνα που μας δίνει το κριτήριο της παρούσας αξίας.

(Απάντηση: περίπου 12%. Από το θεωρούμενο 2% μέχρι το 12% υπάρχει σημαντικό περιθώριο επομένως η πρόβλεψη βάσει της παρούσας αξίας είναι αρκετά ασφαλής)

3.3.3 Κόστος Ευκαιρίας

Όταν εξηγούσαμε την έννοια της χρονικής αξίας του χρήματος αναφέραμε ένα υποθετικό τραπεζικό επιτόκιο ως καλό μέτρο αξιολόγησης ενός επενδυτικού σχεδίου. Στην πραγματικότητα αυτό που κάνουμε είναι να συγκρίνουμε την επένδυση σε μια παραγωγική δραστηριότητα με την επιλογή της τραπεζικής κατάθεσης. Θεωρούμε δηλαδή ότι έχουμε δύο επιλογές A και B. Αν επιλέξουμε την A τότε χάνουμε τα έσοδα που θα μας απέφερε η B – και το αντίστροφο. Αν A είναι η παραγωγική επένδυση και B η τραπεζική κατάθεση και υποθέσουμε ότι η A κρίθηκε καλύτερη επιλογή από τη B, τότε αυτή η επιλογή συνδέεται με το κόστος ότι χάνουμε τα έσοδα που θα είχαμε από τους τόκους των καταθέσεών μας. Αυτό το τίμημα που πληρώνουμε για την επιλογή

μας λέγεται **κόστος ευκαιρίας**.

Ο ορισμός του κόστους ευκαιρίας είναι “η αμέσως επόμενη καλύτερη επιλογή που θυσιάζουμε όταν επιλέγουμε μία μεταξύ δύο ή περισσότερων αλληλοαποκλειόμενων δυνατών λύσεων”³. Έτσι, το επιτόκιο για την αξιολόγηση ενός επενδυτικού σχεδίου Α ουσιαστικά είναι η ποσοτική έκφραση του κόστους ευκαιρίας που συνδέεται με κατάθεση αντίστοιχης απόδοσης Β, του αρχικού κεφαλαίου. Αλλά η ίδια λογική μπορεί να εφαρμοστεί και μεταξύ δύο οποιωνδήποτε επιλογών Α και Β, όχι απαραίτητα σχετικών με έντοκες καταθέσεις. Τότε, ως επιτόκιο που θα είναι μέτρο του κόστους ευκαιρίας από την επιλογή της παραγωγικής επένδυσης Α μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον εσωτερικό βαθμό απόδοσης IRR της παραγωγικής επένδυσης Β.

3.3.4 Το “Νεκρό Σημείο”

Ολοκληρώνουμε τη συζήτηση για τα κριτήρια αξιολόγησης επενδυτικών σχεδίων με ένα ακόμη κριτήριο που δείχνει και πάλι την “αντοχή” των επενδύσεων στις μεταβολές διαφόρων μεγεθών, δηλαδή μπορεί να θεωρηθεί ως άλλη μία μέθοδος ανάλυσης ευαισθησίας. Έστω ότι μια επιχείρηση παράγει προϊόν Χ του οποίου η μονάδα πωλείται με τιμή ρ. Το κόστος παρασκευής της μονάδας Χ είναι α και υπάρχει ένα σταθερό κόστος (αποσβέσεις κλπ) ίσο με C. Τότε, για παραγωγή ίση με Q μονάδες προϊόντος ετησίως, τα έσοδα θα είναι ρQ και τα έξοδα C + αQ. Το ύψος παραγωγής στο οποίο τα έξοδα γίνονται ίσα με τα έσοδα, είναι το **νεκρό σημείο** (break-even point). Αυτό προφανώς θα είναι ίσο με $Q^* = C/(p-a)$ και σημαίνει ότι πάνω από Q^* η επιχείρηση έχει καθαρό κέρδος ενώ κάτω από αυτό το επίπεδο γίνεται ζημιογόνος.

Το νεκρό σημείο θέλουμε να είναι όσο γίνεται πιο μικρό γιατί αυτό σημαίνει ότι ακόμη και με μικρή παραγωγή έχουμε κέρδος. Μια επιχείρηση δε λειτουργεί απαραίτητα στο 100% της δυναμικότητάς της (δηλαδή, μέγιστης δυνατής ετήσιας παραγωγής). Η παραγωγή εξαρτάται και από τη ζήτηση των προϊόντων της. Επομένως, αν αναγκαστεί να μειώσει την παραγωγή για να μην έχει απούλητο προϊόν, θέλει να έχει την εξασφάλιση ότι θα εξακολουθεί να έχει κέρδος. Αυτό εξασφαλίζεται όταν έχουμε χαμηλό νεκρό σημείο.

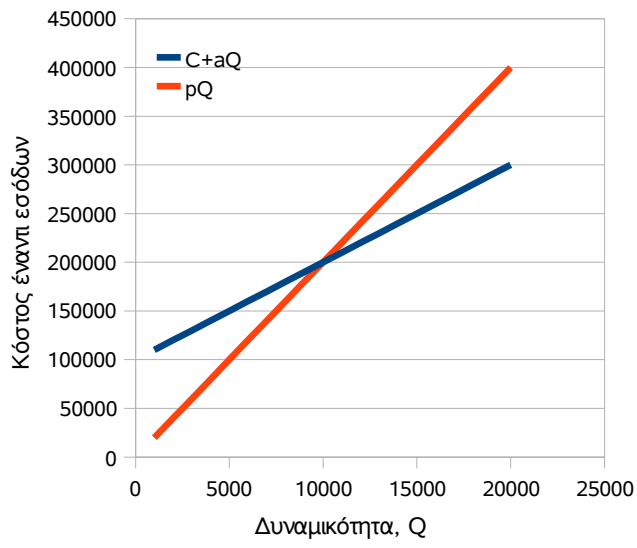
Το κριτήριο αυτό διαφέρει από τα άλλα κριτήρια ως προς το ότι θεωρεί μεταβλητή δυναμικότητα (είναι, δηλαδή, κάποιου είδους ανάλυση ευαισθησίας). Μοιάζει με το IRR γιατί βλέπει πού μηδενίζεται το καθαρό κέρδος, όχι όμως, ως συνάρτηση του επιτοκίου σε βάθος χρόνου, αλλά της ίδιας της δυναμικότητας σε δεδομένη χρονική περίοδο, π.χ. σε ετήσια βάση. Η σχέση του νεκρού σημείου με τις άλλες ποσότητες φαίνεται στα διαγράμματα του Σχήματος 3.5.

3.4. Κόστος μηχανολογικού εξοπλισμού

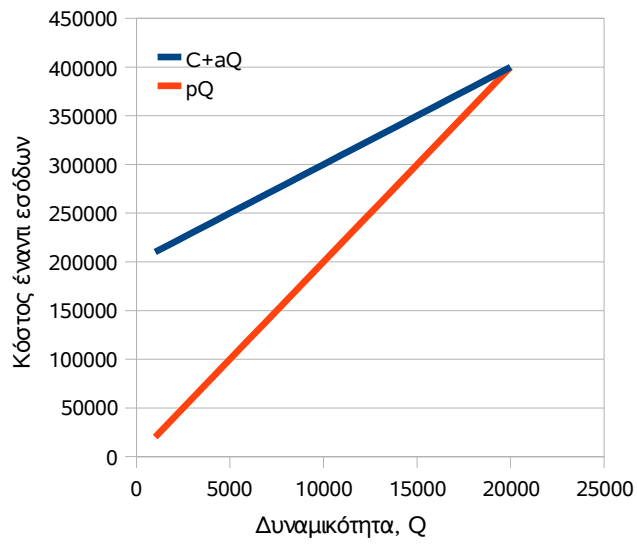
3.4.1. Κόστος αγοράς

Οι χρηματοροές που εξετάσαμε πιο πάνω, περιλαμβάνουν έσοδα από τις πωλήσεις των προϊόντων μας, λειτουργικά έξοδα (πρώτες ύλες και βοηθητικές παροχές, ενέργεια, εργασία, ενοίκια χώρων, δικαιώματα σε τρίτους, κλπ) καθώς και την πάγια επένδυση. Αυτή με τη σειρά της αναλύεται σε έξοδα για χώρους και κάθε είδους παραγωγικό και βοηθητικό εξοπλισμό. Όταν κάνουμε προκαταρκτικό σχεδιασμό, αντί να πάρουμε στοιχεία για το κόστος κάθε είδους εξοπλισμού παραγωγής που θα χρειαστούμε από την αγορά, μπορούμε να το εκτιμήσουμε προσεγγιστικά βάσει της δυναμικότητάς του. Ως δυναμικότητα ορίζεται ένα μέγεθος που χαρακτηρίζει τον εξοπλισμό ανάλογα με τη χρήση του. Έτσι, για εναλλάκτες θερμότητας, δυναμικότητα είναι η επιφάνεια εναλλαγής, για αντιδραστήρες είναι ο όγκος τους, για αντλίες η ισχύς τους κλπ.

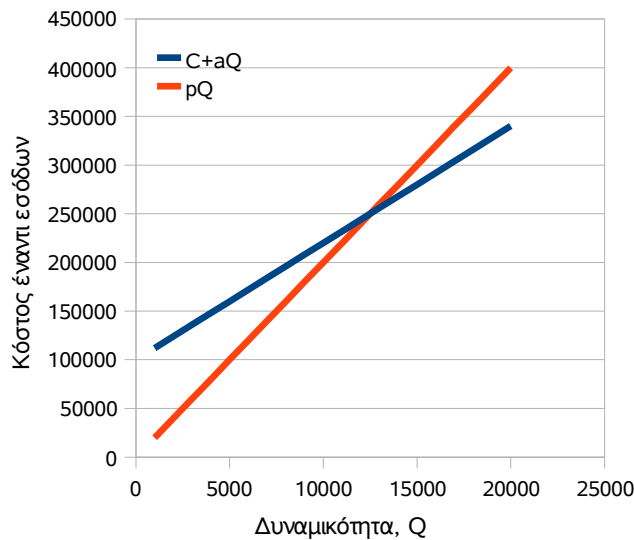
3 Το κόστος ευκαιρίας οφείλεται στο ότι δε μπορούμε να τα έχουμε όλα συγχρόνως – ένα θεμελιώδες γεγονός που προηγείται λογικά όσο και ιστορικά, της βιομηχανίας, του χρήματος και της ίδιας της οικονομίας, αγκαλιάζοντας πολύ περισσότερες πλευρές της ζωής, όπως δείχνουν κι αυτοί οι στίχοι του Γ. Μητσάκη που τραγούδησε η Πόλυ Πάνου: “Δώδεκα τσιγγάνες, δώδεκα Σπανιόλες / διάλεξε και πάρε ποια θέλεις απ' όλες, / διάλεξε και πάρε ποια θέλεις απ' όλες / δώδεκα τσιγγάνες, δώδεκα Σπανιόλες, / κι αν μπορείς κι αν μπορείς / κι αν μπορείς πάρτες όλες.”



Σχ. 3.5 (α)



Σχ. 3.5 (β)



Σχ. 3. 5 (γ)

Σχήμα 3.5 Θέση του νεκρού σημείου σε διάφορες περιπτώσεις. (α) $C = 100,000$, $a = 10$, $p = 20$, Νεκρό σημείο = 10,000 (β) Σε σχέση με (α), αλλάζουμε το C σε 200,000 και το νεκρό σημείο αυξάνεται σε 20,000 (γ) Σε σχέση με (α), αλλάζουμε το a σε 12 και το νεκρό σημείο αυξάνεται σε 12,500.

Τι είναι όμως ο προκαταρκτικός σχεδιασμός; Ο σχεδιασμός της παραγωγής σε κάθε της λεπτομέρεια είναι ένα έργο που απαιτεί πολλά στοιχεία και αρκετή δουλειά από αυτούς που θα το αναλάβουν. Γι' αυτό είναι σκόπιμο, πριν προχωρήσουμε σε λεπτομέρειες να κάνουμε μια πρώτη, κάπως χονδρική εκτίμηση της οικονομικής σκοπιμότητας του έργου με τις μεθόδους και τα κριτήρια που εκθέσαμε σε αυτή την ενότητα και βάσει αυτής της εκτίμησης να αποφασίσουμε αν θα προχωρήσουμε στα επόμενα στάδια. Τα στοιχεία που αφορούν τα έσοδα θα προέλθουν από σχετική έρευνα της αγοράς και προεκβολή, βάσει εύλογων παραδοχών, των παρατηρούμενων τάσεων στο μέλλον. Τα λειτουργικά έξοδα και η πάγια επένδυση σχετίζονται με τις ανάγκες σε πρώτες ύλες, η τιμή των οποίων βρίσκεται και πάλι από την αγορά, και σε εξοπλισμό.

Όπως έχουμε πει, όταν θέλουμε να σχεδιάσουμε μια παραγωγική μονάδα, θα καταστρώσουμε το διάγραμμα ροής αυτής και με τη βοήθεια των ισοζυγίων μάζας και ενέργειας θα μπορέσουμε να υπολογίσουμε τις διάφορες παροχές και συνακόλουθα να κάνουμε μια πρώτη εκτίμηση για το μέγεθος των συσκευών που θα χρησιμοποιήσουμε. Εφόσον δεν έχουμε προχωρήσει σε λεπτομερή σχεδιασμό, θα αρκεστούμε σε εκτιμήσεις για το κόστος του εξοπλισμού και εδώ υπεισέρχεται η σχέση του με τη δυναμικότητα που προαναφέραμε. Η σχέση κόστους-δυναμικότητας συνήθως δίνεται από τη σχετική βιβλιογραφία στη μορφή:

$$K = C_0 + C_1 Q^n \quad (3-34)$$

όπου C_0 κάποιο σταθερό κόστος που συχνά είναι μηδενικό και όταν υπάρχει σχετίζεται με βοηθητικό εξοπλισμό, όπως σύστημα ρύθμισης αντιδραστήρα, C_1 συντελεστής κόστους ανά μονάδα δυναμικότητας Q και n είναι ένας εκθέτης με τιμές συνήθως μεταξύ 0.55 και 0.8. Οι τιμές της βιβλιογραφίας για τις ανωτέρω παραμέτρους συνοψίζουν στοιχεία που προκύπτουν από την παρακολούθηση των τάσεων στην αγορά του εξοπλισμού. Όταν δεν έχουμε τέτοια στοιχεία στη διάθεσή μας, συνήθίζεται να θέτουμε $C_0 = 0$, $n = 2/3$ και τότε, αν γνωρίζουμε την τιμή κάποιας

μονάδας εξοπλισμού με διαφορετική δυναμικότητα, π.χ. από παλιότερη αγορά μας, μπορούμε να υπολογίσουμε το ζητούμενο κόστος ως:

$$C_{\text{νέο}} = C_{\text{παλιό}} (Q_{\text{νέο}}/Q_{\text{παλιό}})^{2/3} \quad (3-35)$$

(“κανόνας των δύο τρίτων”, από την τιμή του εκθέτη n). Η παλιά τιμή πρέπει να επικαιροποιηθεί για να είναι συγκρίσιμη με τις σημερινές τιμές. Η σχετική βιβλιογραφία δίνει επίσης τους λεγόμενους δείκτες κόστους που προκύπτουν από τη συλλογή στοιχείων σχετικά με τις διαχρονικές τάσεις της αγοράς και ανάγουν το κόστος για μια χρονολογία 1 σε μια άλλη χρονολογία 2 μέσω μιας απλής αναλογίας:

$$C_2 = C_1 (\Delta K_2/\Delta K_1) \quad (3-36)$$

3.4.2. Αποσβέσεις

Ο εξοπλισμός μιας επιχείρησης αλλά και κάθε άλλο περιουσιακό στοιχείο της, θεωρείται ότι χάνει αξία με το χρόνο. Αν περιοριστούμε στον παραγωγικό εξοπλισμό, οι λόγοι αυτής της απαξίωσης μπορεί να είναι:

- απλή πάροδος του χρόνου (ακόμη και αχρησιμοποίητος ο εξοπλισμός “παλιώνει”),
- φθορά από τη χρήση που ποικίλλει ανάλογα με την ένταση της χρήσης και τη συντήρηση,
- τεχνική πρόοδος που συνεπάγεται ότι κάποια στοιχεία εξοπλισμού καθίστανται ξεπερασμένα και η τιμή τους στην αγορά μειώνεται,
- μεταβολές στην αγορά που συνεπάγονται μείωση της ζήτησης για τα προϊόντα της εταιρείας και αντίστοιχη αλλαγή προτεραιοτήτων και πολιτικής της, όπως στροφή σε άλλα προϊόντα για την παραγωγή των οποίων δε χρειάζεται ο υπάρχων εξοπλισμός.

Αυτή η απαξίωση έχει δύο συνέπειες:

- η αξία της επιχείρησης που υπολογίζεται με βάση όχι μόνο τα κέρδη της αλλά και τα περιουσιακά της στοιχεία μειώνεται, κάτι που θα έχει ανάλογες συνέπειες σε περίπτωση πώλησής της σε ενδιαφερόμενους αγοραστής,
- ανάλογα με το ρυθμό της απαξίωσης, υπάρχει ένα χρονικό διάστημα, μικρό ή μεγάλο, στο τέλος του οποίου ο εξοπλισμός πρέπει αναγκαστικά να αντικατασταθεί.

Για να διατηρείται η αξία της επιχείρησης και για να μπορεί να γίνει η αντικατάσταση του απαξιωμένου εξοπλισμού, θα πρέπει τα έσοδα να είναι τόσα ώστε η επιχείρηση να έχει πάρει εγκαίρως πίσω τουλάχιστον τα χρήματα που έδωσε για πάγια στοιχεία ώστε να κάνει τις απαιτούμενες αγορές νέων⁴. Για το λόγο αυτό, κάθε είδος εξοπλισμού θεωρείται ότι έχει κάποια διάρκεια ζωής, π.χ. 10 χρόνια και κάθε χρόνο χάνεται ένα ποσοστό της αξίας. Συνήθως αυτό υπολογίζεται γραμμικά, οπότε για 10 χρόνια ζωής και αρχικό κόστος εξοπλισμού 50000 ευρώ, θα χάνεται το 10% δηλαδή 5000 ευρώ. Αυτό το ποσό που αποτελεί μέτρο της απαξίωσης λέγεται **απόσβεση**. Αν θέλουμε να αγοράσουμε τον ίδιο εξοπλισμό μετά από την παρέλευση των 10 χρόνων, η απόσβεση μας δίνει μια καλή εκτίμηση για το ποσό που πρέπει “να βάζουμε στην άκρη” κάθε χρόνο για να μπορούμε να προβούμε στη σχετική αγορά όταν χρειαστεί.

Η απόσβεση δεν είναι πραγματική χρηματοροή (δε φεύγουν από την εταιρεία πραγματικά 5000 κάθε χρόνο), και μάλιστα δεν έχει σχέση με τη δόση τυχόν δανείων για χρηματοδότηση της επένδυσης. Επίσης, δεν ταυτίζεται με το ίδιο το πάγιο κόστος που καταβλήθηκε πραγματικά την πρώτη φορά για την απόκτηση του εξοπλισμού αν και υπολογίζεται με βάση αυτό και τη διάρκεια ζωής. Ωστόσο, οι επιχειρήσεις την υπολογίζουν γιατί, όπως είπαμε, θέλουν να συγκεντρώσουν πάλι το ποσό που θα επιτρέψει την ανανέωση του εξοπλισμού. Για το λόγο αυτό θεωρούν την

⁴ Το αν θα αγοραστεί ίδιος ή διαφορετικός εξοπλισμός είναι βέβαια, απόφαση της διεύθυνσης. Η απόσβεση είναι ένα είδους μέτρου ή εκτίμησης των μελλοντικών αναγκών της επιχείρησης σε μηχανολογικό εξοπλισμό και άλλα πάγια στοιχεία, βάσει των προηγούμενων σχετικών εξόδων της.

απόσβεση ως υπαρκτό έξοδο και το περιλαμβάνουν στην τιμή πώλησης του προϊόντος την οποία αυξάνουν ανάλογα. Επίσης, αφού σκοπός της επιχείρησης δεν είναι μόνο να αυτοσυντηρείται χωρίς να αυξάνεται, θεωρείται ότι πραγματικό κέρδος είναι μόνο αυτό που υφίσταται μετά την αφαίρεση φόρων και αποσβέσεων⁵, αφού δηλαδή, εξασφαλιστεί ότι θα συγκεντρωθεί κεφάλαιο για αγορά καινούριων στοιχείων στη θέση των απαξιωμένων.

Παρόμοια, όταν αξιολογείται μια σχεδιαζόμενη επένδυση στις χρηματοροές πρέπει κανονικά να υπολογίζουμε και την απόσβεση του εξοπλισμού. Ο ρυθμός απόσβεσης εκφράζεται με ένα ποσοστό, π.χ. 10%, 15% κλπ, το οποίο ανάλογα με το είδος εξοπλισμού καθορίζεται από τη νομοθεσία, αλλά για λόγους προκαταρκτικής εκτίμησης μπορεί να προκύψει και από εκτιμώμενη διάρκεια ζωής, π.χ. 10 χρόνια διάρκεια συνεπάγεται συντελεστή 10%. Στο τέλος της διάρκειας ζωής μπορεί σε ορισμένες περιπτώσεις να θεωρείται ότι υπάρχει ακόμη κάποια αξία, συνήθως πολύ μικρότερη από την αρχική, η λεγόμενη **υπολειμματική αξία** που μπορεί να θεωρηθεί ως μελλοντικό έσοδο αν πωληθεί ο απαξιωμένος εξοπλισμός.

Κλείνοντας, με τον όρο “απόσβεση” αναφερόμαστε επίσης και στην αποπληρωμή ενός δανείου. Μάλιστα, αυτή ήταν ιστορικά, η πρώτη έννοια που είχε ο όρος όταν του δινόταν οικονομικό περιεχόμενο. Συνδέοντας αυτή τη χρήση με όσα είπαμε πιο πάνω, μπορούμε να πούμε ότι η δόση για τον πιστωτή είναι έσοδο και επομένως το δάνειο μπορεί να θεωρηθεί αξία για τον πιστωτή, η οποία μειώνεται, δηλαδή αποσβέννεται με το χρόνο καθώς προχωρά η εξόφληση.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 3-7. Άριστο πάχος θερμικής μόνωσης.

Εδώ εξετάζουμε και πάλι το Πρόβλημα 3-3 της υποενότητας 3.2 περιλαμβάνοντας τώρα, τη χρονική αξία του χρήματος και υπολογίζοντας την απόσβεση του δανείου για την επένδυση. Δίνονται τα παρακάτω δεδομένα.

- Διάμετρος σωλήνα = 20 εκ.
- Θερμοκρασία ρευστού = 260 °C
- Θερμοκρασία περιβάλλοντος = 27 °C
- $Y = 8000$ ώρες λειτουργίας ετησίως
- $H = 3.80 / 10^6$ kJ κόστος καυσίμου, 80% θερμική απόδοση βραστήρα
- $k = 0.80$ kJ/(h)(m)(°C)
- $C_1 = 34$ ευρώ / cm μόνωσης για 1 τετραγωνικό μέτρο επιφάνειας, κόστος μόνωσης.
- $h_c = 32.7$ kJ/(h)(m²)(°C) , συντελεστής μεταφοράς θερμότητας για ακίνητο αέρα
- Διάρκεια ζωής = 5 χρόνια
- Επιτόκιο δανεισμού = 14%
- $L =$ μήκος σωλήνα = 100 μέτρα.
- Και τέλος, το πάχος μόνωσης t που μπορεί να αγοραστεί είναι διακριτή μεταβλητή με τιμές 1, 2, 3, ... εκατοστά.

Λύση: Η τιμή ενέργειας που εξοικονομείται δίνεται από:

$$Q_0 - Q = \Delta T (\pi D L) \left(h_c - \frac{1}{\frac{t}{k} + \frac{1}{h_c}} \right) Y H \quad (3-34)$$

ενώ το κόστος μόνωσης:

$$C_1 t (\pi D L) \quad (3-35)$$

Επειδή το πάχος t είναι διακριτή μεταβλητή, μπορούμε πολύ απλά να πάρουμε διαδοχικά διάφορες τιμές και να υπολογίσουμε τα παραπάνω κριτήρια για κάθε τιμή του t .

⁵ Σημειωτέον ότι οι αποσβέσεις εκπίπτουν από το φορολογητέο εισόδημα.

Το επενδυτικό σχέδιο περιλαμβάνει μία αρνητική χρηματοροή στην αρχή (εγκατάσταση) και πέντε ίσες θετικές χρηματοροές μετά (εξοικονόμηση ενέργειας). Για να υπολογίσουμε τις χρονικές αξίες θα χρησιμοποιήσουμε το επιτόκιο 14% που μας δίνεται. Εδώ, η εναλλακτική λύση δεν είναι κατάθεση ενός ποσού που ήδη είχαμε με συγκεκριμένο επιτόκιο, αλλά να μη δανειστούμε και επενδύσουμε αυτό το ποσό. Από τη στιγμή που το δανειστήκαμε πρέπει να το εξοφλήσουμε και για να έχει νόημα αυτή η επιλογή μας, πρέπει η εσωτερική απόδοση από την εξοικονόμηση ενέργειας να αντισταθμίζει και με το παραπάνω την απαξίωση του χρήματος που αντιπροσωπεύει το επιτόκιο των 14% ή, ισοδύναμα, η καθαρή παρούσα αξία να είναι θετική.

Ο πολλαπλασιαστής αποπληρωμής βρίσκεται, από τη σχέση 3-21, ίσος με 0.291 και π.χ. για 1 εκατοστό η παρούσα αξία είναι

$$P = -2135 + 5281 / 0.291 = 16013$$

Επιβεβαιώστε με ανάλογους υπολογισμούς ότι το άριστο πάχος που μεγιστοποιεί την παρούσα αξία, είναι μεταξύ 6 και 7 εκατοστών.

3.5. Ανάλυση Κόστους – Οφέλους.

Τα κριτήρια αξιολόγησης επενδυτικών σχεδίων που εξετάσαμε είναι **ιδιωτικοοικονομικά** και θεωρούν τη δράση μιας επιχείρησης να ήταν αποκομμένη από την υπόλοιπη κοινωνία και τη φύση. Αυτά τα κριτήρια δεν εξαντλούν το ζήτημα της αξιολόγησης επενδύσεων για δύο λόγους:

- Είναι κατάλληλα για ιδιωτικές επενδύσεις αλλά δεν επαρκούν για την αξιολόγηση δημόσιων επενδύσεων. Μια δημόσια επένδυση αξιολογείται με βάση το γενικότερο όφελος στην οικονομία μιας χώρας:

- αύξηση της εγχώριας ζήτησης όσο διαρκεί το έργο και αύξηση του ΑΕΠ,
- δημιουργία θέσεων εργασίας,
- βελτίωση υποδομής της χώρας και προσέλκυση ιδιωτικών επενδύσεων,
- αναδιανομή εισοδήματος από έργα σε λιγότερο ανεπτυγμένες περιοχές της χώρας.

Οι δημόσιοι πόροι που απαιτούνται συνεπάγονται επιβάρυνση η οποία ενδέχεται να ακυρώνει τα παραπάνω οφέλη, οπότε εξετάζονται λύσεις όπως δανεισμός, κοινοτικοί πόροι και σύμπραξη με ιδιώτες.

- Οι επενδύσεις, τόσο δημόσιες όσο και ιδιωτικές, έχουν μια σειρά παράπλευρες συνέπειες στην κοινωνία και στο περιβάλλον οι οποίες σήμερα κρίνεται επιτακτικό να συνυπολογίζονται. Ακόμη και μια ιδιωτική επένδυση πρέπει να παίρνει άδεια από το κράτος με βάση τις γενικότερες επιπτώσεις στην τοπική και εθνική οικονομία, το περιβάλλον, την ενσωμάτωση στην περιοχή εγκατάστασης χωρίς να δημιουργεί προβλήματα σε κατοικημένες περιοχές κλπ.

Η μέθοδος της **Ανάλυσης Κόστους-Οφέλους** (Cost Benefit Analysis) ή ΑΚΟ, για την αξιολόγηση των επενδυτικών σχεδίων, δημόσιων όσο και ιδιωτικών, από την άποψη της γενικότερης επίδρασής τους στην κοινωνία και στη φύση, είναι μια τεχνική που έχει διαδοθεί σε πολύ μεγάλο βαθμό και θεωρείται πλέον καθιερωμένη. Χονδρικά, η αξιολόγηση με τη μέθοδο ΑΚΟ μπορεί να περιλαμβάνει τρία στάδια:

- ιδιωτικοοικονομική αξιολόγηση που είναι ίδια με όσα κάναμε μέχρι εδώ (συνήθως χρησιμοποιείται η παρούσα αξία) και αποσκοπεί στο να δείξει αν το έργο είναι οικονομικά βιώσιμο.
- Οικονομική ΑΚΟ όπου συγκρίνονται τα καθαρά οικονομικά οφέλη και κόστη πλέον όχι για τον ιδιώτη επενδυτή ή τον οργανισμό του δημοσίου που αναλαμβάνει το έργο, αλλά για την κοινωνία και την εθνική οικονομία.
- Κοινωνική ΑΚΟ. Αυτό είναι ένα δύσκολο βήμα γιατί περιλαμβάνει όλα εκείνα τα κόστη και

οφέλη που από τη φύση τους δεν εκφράζονται με οικονομικά μεγέθη, όπως θετικές ή αρνητικές επιπτώσεις στο περιβάλλον, την υγεία του πληθυσμού κλπ. Σε αυτό το στάδιο γίνεται προσπάθεια με διάφορες μεθόδους για έκφραση αυτών των επιπτώσεων με ισοδύναμα οικονομικά κόστη και οφέλη. Στις περιπτώσεις όπου αυτό δεν είναι δυνατό, τα κόστη και οφέλη πρέπει να αναφέρονται ρητά στη μελέτη για να ληφθούν υπ' όψιν κατά την τελική απόφαση

Σε κάθε στάδιο υπολογίζεται η διαφορά του κόστους από το όφελος με κριτήρια εντελώς ανάλογα με τα ιδιωτικοοικονομικά (π.χ. παρούσα αξία) και αν είναι ευνοϊκή, η επένδυση μπορεί να προχωρήσει. Όπως στα ιδιωτικοοικονομικά κριτήρια είχαμε ένα μέτρο σύγκρισης, π.χ. ένα εναλλακτικό επενδυτικό σχέδιο ή απλά ένα τραπεζικό επιτόκιο, εδώ η σύγκριση γίνεται ανάμεσα σε εναλλακτικά σενάρια που καλύπτουν περιπτώσεις με διάφορα ευνοϊκά όσο και δυσμενή ενδεχόμενα. Στην πράξη είναι δύσκολο να οριστούν και μετρηθούν τα στοιχεία κόστους και οφέλους, και μάλιστα όταν υπεισέρχεται και η χρονική αξία. Παρ' όλα αυτά, η μέθοδος είναι συστηματική και τυγχάνει ευρείας αποδοχής σε πολλές ανεπτυγμένες χώρες. Σε επόμενη ενότητα όπου θα αναφερθούμε σε περιβαλλοντικά θέματα, θα έχουμε την ευκαιρία να αναφερθούμε και πάλι στην Ανάλυση Κόστους-Οφέλους.