

Οικονομική Ανάλυση Βιομηχανιών και Διεργασιών

1 Εισαγωγή

Αριστοποίηση:

- ενός κριτηρίου (αντικειμενικής συνάρτησης)
- πολυκριτηριακή ανάλυση και προγραμματισμός

Ως εδώ ασχοληθήκαμε με μονού κριτηρίου ανάλυση.

Το κριτήριο εκφράζεται μαθηματικά με μια αντικειμενική συνάρτηση (ΑΣ). Αυτή μπορεί να είναι:

- απόδοση μιας διεργασίας, π.χ. παραγωγή ενός συστατικού σε έναν αντιδραστήρα
- ελαχιστοποίηση κάποιων απαιτήσεων, π.χ. όγκος μιας στήλης απόσταξης με πληρωτικό υλικό
- ελαχιστοποίηση απωλειών θερμικών ή άλλων
- ελαχιστοποίηση αποκλίσεων χαρακτηριστικών προϊόντος από κάποιες προδιαγραφές ή στόχους
- οικονομικό κόστος
- έσοδα
- καθαρό κέρδος

Τα οικονομικά κριτήρια όπως τα τρία τελευταία είναι από τα πιο συνήθη παραδείγματα ΑΣ και συχνά αναφέραμε ρητά ότι η ΑΣ που μας ενδιαφέρει είναι αυτού του είδους.

Ποια είναι τα συστατικά μέρη μιας τέτοιας ΑΣ και πώς υπολογίζονται;

Στη συνέχεια βλέπουμε, με δεδομένη μια διεργασία ή και ένα ολόκληρο εργοστάσιο ή βιομηχανία, πώς λαμβάνεται η ΑΣ όταν πρόκειται για χρηματοοικονομικό μέγεθος.

2 Οι Οικονομικές Αντικειμενικές Συναρτήσεις

2.1 Πάγιο και Λειτουργικό Κόστος

Η ΑΣ είναι το αποτέλεσμα ενός ακόμη ισοζυγίου, πέρα από τα ισοζύγια μάζας και ενέργειας που έχουμε δει, το οποίο περιλαμβάνει χρηματικές ροές. Επομένως

$$ΑΣ = \text{Εσοδα} - \text{Εξοδα}$$

Περαιτέρω:

$$\text{Έξοδα ή Κόστος} = \text{Πάγιο} + \text{Λειτουργικό}$$

Πάγιο = κόστος εξοπλισμού και εν γένει επένδυσης, αναδόμησης ή εκσυγχρονισμού κλπ

Λειτουργικό = κόστος πρώτων υλών, ενέργειας, εργασίας σε κάθε χρονική περίοδο που η εγκατάσταση λειτουργεί

Ακολουθούν παραδείγματα:

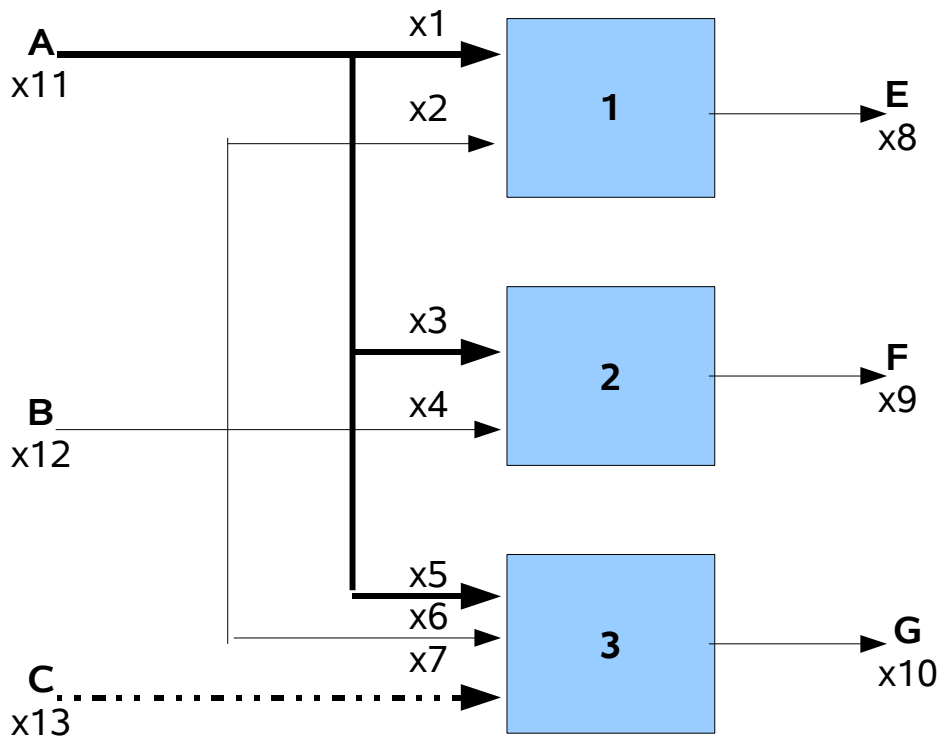
- με λειτουργικό κόστος
- με πάγιο κόστος
- και με τα δύο

2.2 Παράδειγμα με Λειτουργικό Κόστος

Θεωρούμε εγκατάσταση που λειτουργεί με τα εξής δεδομένα:

- τρεις πρώτες ύλες A, B, C
- τρία προϊόντα E, F, G
- τρεις διαφορετικές διεργασίες 1, 2, 3, μία για κάθε προϊόν
- Αντιδράσεις:
 - Διεργασία 1: $A + B \rightarrow E$
 - Διεργασία 2: $A + B \rightarrow F$
 - Διεργασία 3: $3A + 2B + C \rightarrow G$
- Διαθέσιμη πρώτη ύλη (t/day): $A < 40, B < 30, C < 25$
- Κόστος πρώτης ύλης (€/t): $A = 15, B = 20, C = 25$
- Τιμή πώλησης προϊόντος (€/t): $E = 40, F = 33, G = 38$

Να διατυπωθεί η ΑΣ για το συνολικό καθαρό κέρδος από τη λειτουργία της μονάδας.



Με τη βοήθεια και της στοιχειομετρίας καταστρώνουμε τον πίνακα όπου επίσης περιλαμβάνεται και το λειτουργικό κόστος της διεργασίας καθαυτής:

Διεργασία	Προϊόν	Απαιτήσεις σε αντιδρών (t/t)	Κόστος κατεργασίας (€/t προϊόντος)	Τιμή πώλησης προϊόντος (€/t)
1	E	0.667A, 0.333B	15	40
2	F	0.667A, 0.333B	5	33
3	G	0.500A, 0.167B, 0.333C	10	38

- Τα **έσοδα** προέρχονται από τις πωλήσεις του προϊόντος: $40E + 33F + 38G$
- Κόστος πρώτων υλών: $15E + 20F + 25G$
- Κόστος κατεργασίας: $15E + 5F + 10G$
- **Συνολικό κόστος**: $15A + 20B + 25C + 15E + 5F + 10G$
- Ημερήσιο **καθαρό κέρδος**: $25E + 28F + 28G - 15A - 20B - 25C$

Αν το εκφράσουμε με όρους ρευμάτων του παραπάνω διαγράμματος ροής:

$$f(\mathbf{x}) = 25 x_8 + 28 x_9 + 28 x_{10} - 15 x_{11} - 20 x_{12} - 25 x_7$$

Περιορισμοί:

Ισοζύγιο μάζας

$$x_{11} = 0.667 x_8 + 0.667 x_9 + 0.5 x_{10}$$

$$x_{12} = 0.333 x_8 + 0.333 x_9 + 0.167 x_{10}$$

$$x_7 = 0.333 x_{10}$$

Διαθεσιμότητα πρώτης ύλης

$$0 \leq x_{11} \leq 40$$

$$0 \leq x_{12} \leq 30$$

$$0 \leq x_7 \leq 25$$

2.3 Πάγιο Κόστος

Διαστασιολόγηση πιεστικού δοχείου (pressure vessel) για ελάχιστο κόστος. Θέλουμε τις άριστες διαστάσεις: μήκος (L) και διάμετρο (D) ή γενικά, τον **άριστο λόγο L/D** που ελαχιστοποιεί το κόστος.

Θεωρούμε **σταθερό όγκο** V . Να γίνει σύγκριση με τον εμπειρικό κανόνα $(L/D)_{opt} = 3$

Λύση:

Παραδοχές:

1. και τα δύο άκρα κλειστά και επίπεδα
2. σταθερό πάχος τοιχώματος t για οποιαδήποτε πίεση λειτουργίας
3. σταθερή πυκνότητα υλικού ρ
4. κόστος υλικού και κατασκευής ανά μονάδα βάρους υλικού S , ίδιο για πλευρά και άκρα
5. όλο το υλικό χρησιμοποιείται στην κατασκευή (όχι απώλειες)

Συνολική επιφάνεια = επιφάνεια άκρων + πλευρική επιφάνεια = $2(\pi D^2/4) + \pi DL = \pi D^2/2 + \pi DL$

Περιορισμός σταθερού όγκου: $V = \pi D^2 L/4$

ΑΣ επιφάνειας:
$$f_1 = \frac{\pi D^2}{2} + \pi D L \quad (1)$$

ΑΣ βάρους:
$$f_2 = \rho \left(\frac{\pi D^2}{2} + \pi D L \right) t \quad (2)$$

ΑΣ κόστους:
$$f_3 = S \rho \left(\frac{\pi D^2}{2} + \pi D L \right) t \quad (3)$$

Λόγω των παραδοχών 2, 3, 4, οι παραπάνω διαφέρουν κατά ένα σταθερό παράγοντα και όποια και αν πάρουμε το ίδιο συνεπάγεται. Εργαζόμαστε με την 1.

Από τον περιορισμό σταθερού όγκου απαλείφουμε το μήκος L και παίρνουμε

$$f_4 = \frac{\pi D^2}{2} + \frac{4V}{D} \quad (4)$$

Παραγωγίζουμε ως προς D , εξισώνουμε με 0, λύνουμε ως προς D και βρίσκουμε:

$$D^* = \left(\frac{4V}{\pi} \right)^{1/3} \quad (5)$$

Αντικαθιστούμε στη σχέση για τον όγκο και βρίσκουμε:

$$L^* = \left(\frac{4V}{\pi} \right)^{1/3} \quad (6)$$

Από τις δύο τελευταίες βρίσκουμε

$$\left(\frac{L}{D} \right)^* = 1 \quad (7)$$

Αυτό είναι μάλλον απροσδόκητο και σημαντικά διαφορετικό από την προτεινόμενη εμπειρική σχέση.

Πιθανά οφείλεται στις μη ρεαλιστικές παραδοχές.

Ξαναδοκιμάζουμε με πιο ρεαλιστικές παραδοχές:

1. Η κορυφή και η βάση του δοχείου είναι ελλείψεις 2:1 με εμβαδό $2 \times 1.16D^2$
2. Το κόστος κατασκευής των άκρων είναι 50% μεγαλύτερο από της πλευρικής επιφάνειας.
3. Το πάχος t εξαρτάται από:
 1. διάμετρο δοχείου
 2. μέγιστη επιτρεπτή καταπόνηση χάλυβα
 3. πίεση λειτουργίας δοχείου
 4. ανοχή για διάβρωση

Π.χ. για πίεση λειτουργίας 250 psi και ανοχή στη διάβρωση 1/8 ίντσας δίνεται:

$$t = 0.0108 D + 0.125 \text{ (σε πόδια)}$$

Λόγω των παραπάνω υποθέσεων δεν ισχύει πλέον ότι η επιφάνεια και το βάρος συνδέται με το κόστος μέσω μιας πολλαπλασιαστικής σταθεράς.

Άρα ΑΣ είναι απευθείας το κόστος και μόνο αυτό:

$$f_5 = \rho (\pi D L S + (1.5 S) (2.32 D^2)) t \quad (8)$$

Αντικαθιστούμε τη νέα σχέση για το πάχος και έχουμε

$$f_6 = 0.0339 D^2 L + 0.435 D^2 + 0.3927 DL + 0.0376 D^3 \quad (9)$$

με περιορισμό για τον όγκο να παίρνει επίσης νέα μορφή:

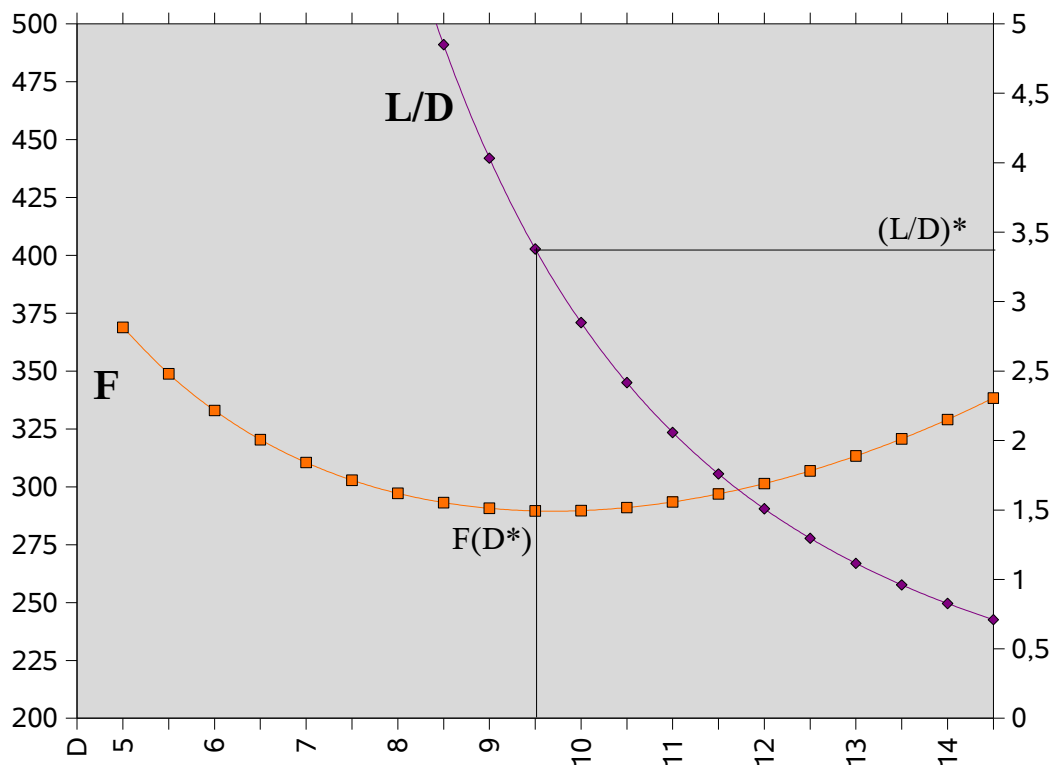
$$V = \frac{\pi D^2}{4} \left(L + \frac{D}{3} \right) \quad (10)$$

Με απαλοιφή του μήκους παίρνουμε:

$$f_7 = 0.0432 V + 0.5 \frac{V}{D} + 0.3041 D^2 + 0.0263 D^3 \quad (11)$$

Αν παραγωγίσουμε και λύσουμε ως προς τη διάμετρο θα πάρουμε ένα πολυώνυμο τέταρτου βαθμού. Είναι πιο πρακτικό να λυθεί αριθμητικά (μπορεί κανείς ακόμη και να υπολογίσει την τιμή για διάφορες διαμέτρους και να κάνει ένα διάγραμμα (π.χ. με πρόγραμμα λογιστικού φύλλου) και παράλληλα να σχεδιάσει την τιμή του $\frac{L}{D} = \frac{4V}{\pi D^3} - \frac{1}{3}$ που προκύπτει από τον περιορισμό του όγκου.

Π.χ. σύμφωνα με το παρακάτω διάγραμμα προκύπτει άριστος λόγος ίσος με 3.4



Αυτή η διαδικασία πρέπει να γίνει για διάφορες πιέσεις λειτουργίας και δυναμικότητες (όγκους) επειδή τροποποιούνται οι σχέσεις στις παραδοχές. Έχει παρατηρηθεί ότι ο άριστος λόγος προσεγγίζει την ιδανική περίπτωση $L/D = 1$ για μικρές δυναμικότητες και χαμηλές πιέσεις λειτουργίας.

2.4 Πάγιο και λειτουργικό κόστος

Θεωρούμε το πρόβλημα του άριστου πάχους θερμικής μόνωσης σε κυλινδρικό σωλήνα ή αυλό.

Εδώ πρέπει να θεωρήσουμε:

- πάγιο κόστος προμήθειας και εγκατάστασης
- τιμή της ενέργειας που εξοικονομείται με τη μόνωση· αυτή είναι λειτουργικός όρος (κέρδος ή αρνητικό κόστος).

Παραδοχές και δεδομένα:

- Μήκος πολύ μεγαλύτερο από διάμετρο
- πολύ μεγάλος εσωτερικός συντελεστής μεταφοράς θερμότητας
- ρυθμός απώλειας θερμότητας:

$$Q = \frac{A \Delta T}{\frac{x}{k} + \frac{1}{h_c}} \quad (12)$$

όπου A = επιφάνεια σωλήνα, ΔT = μέση διαφορά θερμοκρασίας μεταξύ ρευστού και περιβάλλοντος, x = πάχος μόνωσης, h_c = εξωτερικός συντελεστής μεταφοράς θερμότητας με συναγωγή, k = θερμική

αγωγιμότητα μόνωσης.

Μόνη μεταβλητή στην ανωτέρω σχέση είναι το πάχος μόνωσης.

- Κόστος εγκατεστημένης μόνωσης ανά μονάδα επιφάνειας = $C_0 + C_1 x$ όπου οι σταθερές είναι πάγιο κόστος εγκατάστασης και κόστος ανά μονάδα πάχους, αντίστοιχα.
- Χρόνος ζωής μόνωσης = 5 χρόνια (μετά θέλει αντικατάσταση)
- Κόστος αγοράς και εγκατάστασης καλύπτεται από δάνειο πληρωτέο σε 5 ετήσιες δόσεις.
- Έστω r το κλάσμα του εγκατεστημένου κόστους πληρωτέο ετησίως στην τράπεζα. Αυτό εξαρτάται από το επιτόκιο (για αναλυτική αναφορά σε αυτό βλ. επόμενη διάλεξη).
- Τιμή ενέργειας που χάνεται ετησίως = H
- Ωρες λειτουργίας ανά έτος = Y

Να διατυπωθεί αντικειμενική συνάρτηση για τη μεγιστοποίηση του εξοικονομούμενου λειτουργικού κόστους ως διαφορά μεταξύ θερμότητας που διατηρείται και κόστους εγκατάστασης σε ετήσια βάση
Να λυθεί αναλυτικά

Λύση:

- Ετήσια δόση

$$r(C_0 + C_1 x) A \quad (13)$$

Εξοικονόμηση ενέργειας = Απώλειες χωρίς μόνωση - απώλειες με μόνωση =

$$Q_0 - Q = h_c \Delta T A - \frac{\Delta T A}{\frac{x}{k} + \frac{1}{h_c}} \quad (14)$$

Αντικειμενική συνάρτηση (σε ετήσια βάση):

$$F = (Q_0 - Q) T H \frac{1}{r} - (C_0 + C_1 x) A \quad (15)$$

(έχουμε διαιρέσει με το r και τα δύο μέλη: $F = f / r$, δεν πειράζει γιατί για κάθε έτος το r είναι δεδομένη παράμετρος)

Από το συνδυασμό των δύο τελευταίων, παραγωγή ως προς πάχος μόνωσης και εύρεση ρίζας της παραγώγου προκύπτει

$$x^* = k \left\{ \left(\frac{H Y \Delta T}{10^6 k C_1 r} \right)^{1/2} - \frac{1}{h_c} \right\} \quad (16)$$

Παρατηρούμε ότι δεν υπεισέρχεται η επιφάνεια του σωλήνα. Αυτό είναι φυσικό γιατί το άριστο πάχος αφορά οποιοδήποτε τμήμα ή μήκος σωλήνα (αρκετά μεγάλο ώστε οι απώλειες στα άκρα να είναι αμελητέες σε σχέση με τις συνολικές).