

Μετατροπή κυκλοεξανόλης σε κυκλοεξανόνη (κεφάλαιο 13)

Πρόβλημα: μίγμα κυκλοεξανόλης/κυκλοεξανόνης παράγεται ως παραπροϊόν και διατίθεται στην αγορά.

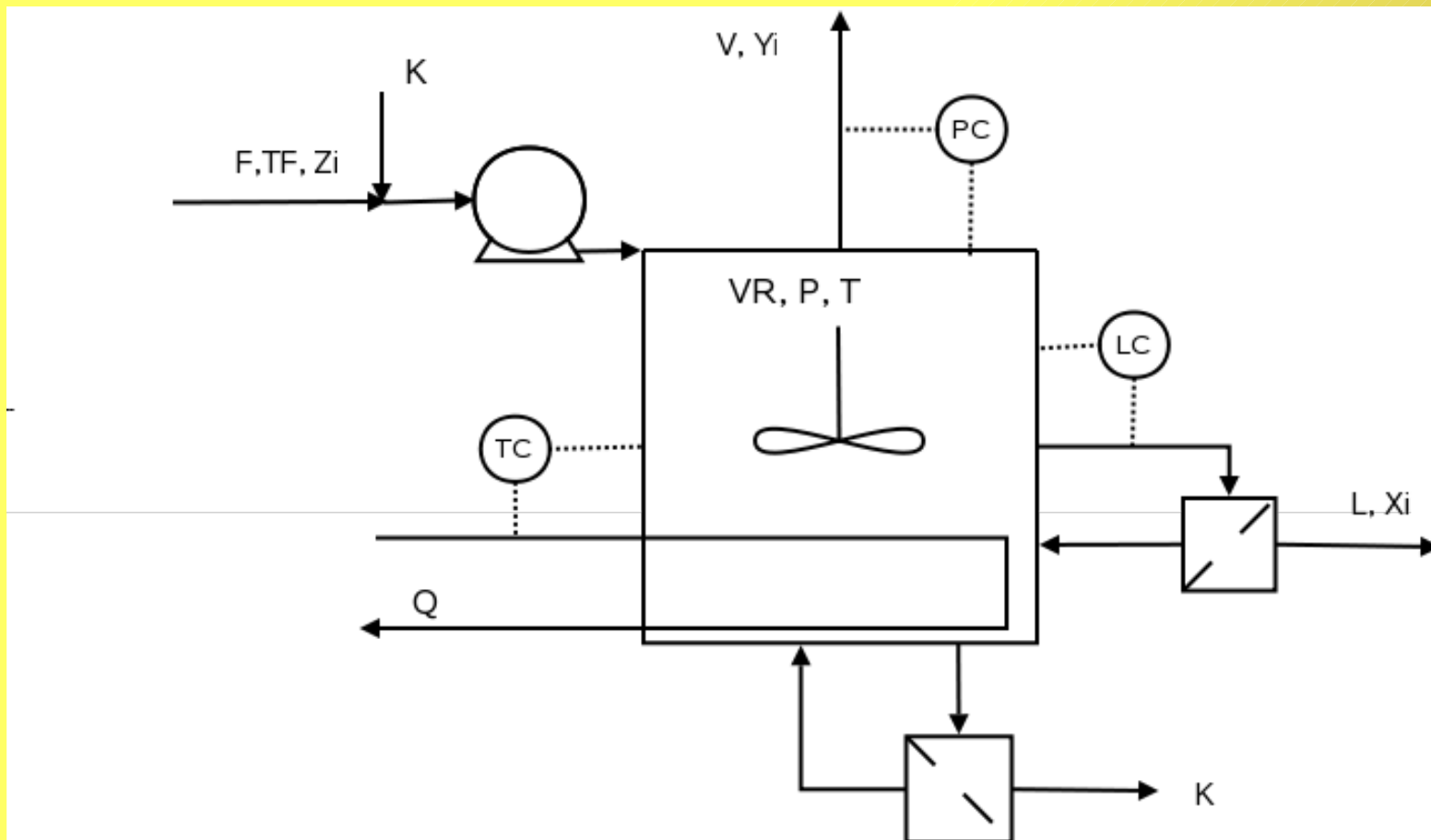
Πρόβλημα: μίγμα κυκλοεξανόλης/κυκλοεξανόνης παράγεται ως παραπροϊόν και διατίθεται στην αγορά.

Δεδομένο: Καλύτερη τιμή πώλησης για μεγαλύτερη συγκέντρωση κυκλοεξανόνης στο μίγμα.
Γνωστά δεδομένα για την αντίδραση μετατροπής, η οποία δεν παρουσιάζει ιδιαίτερα προβλήματα

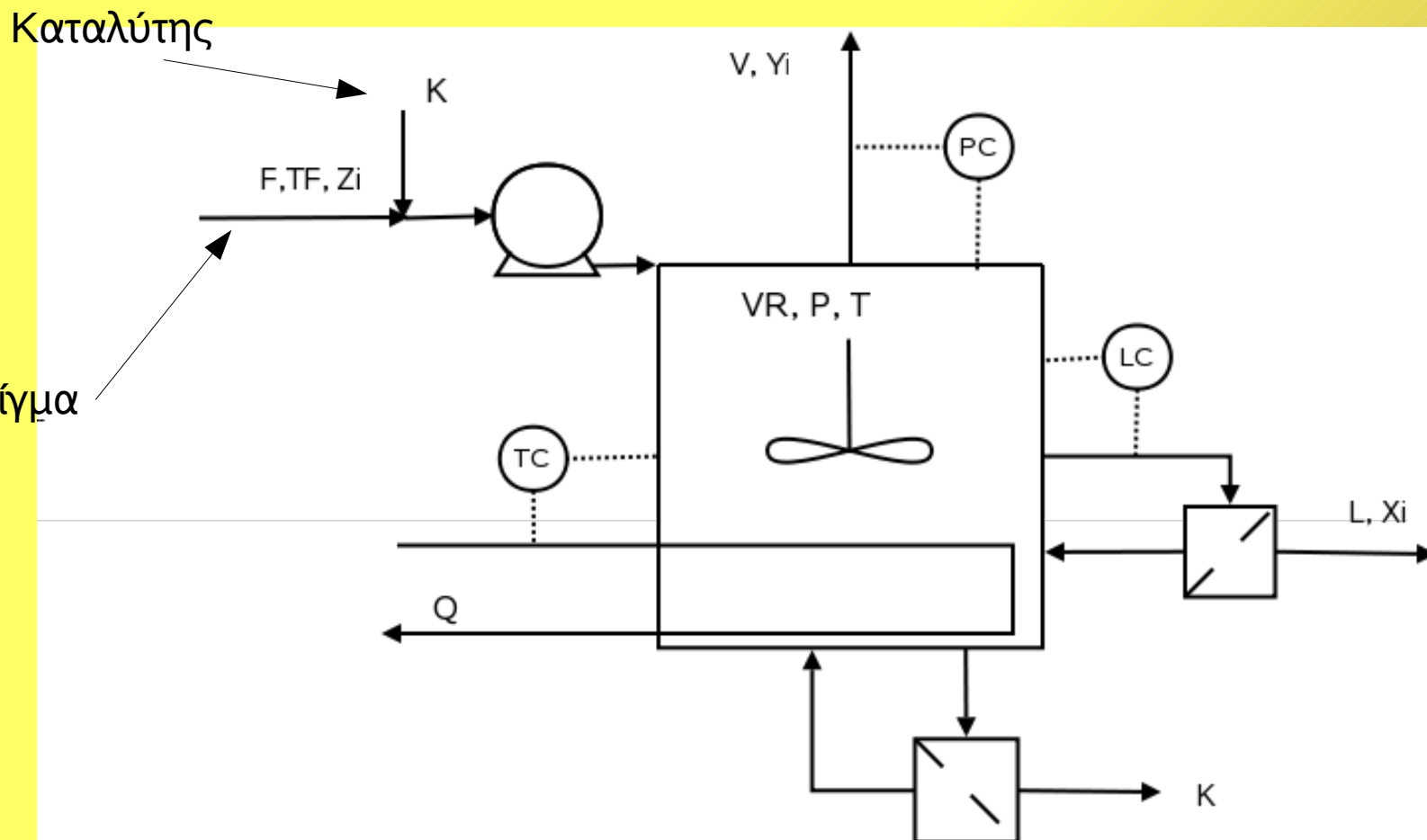
Πρόβλημα: μίγμα κυκλοεξανόλης/κυκλοεξανόνης παράγεται ως παραπροϊόν και διατίθεται στην αγορά.

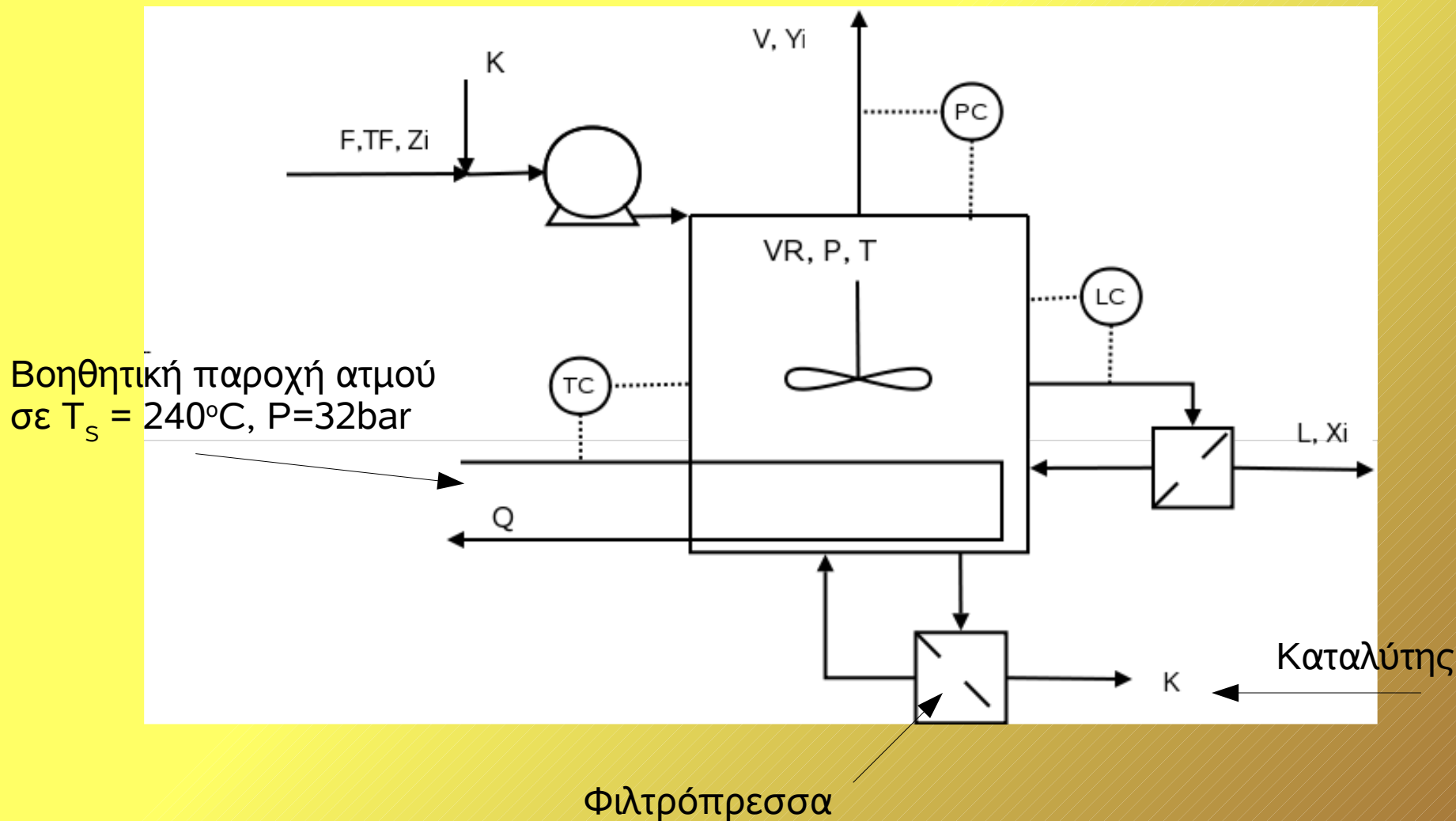
Δεδομένο: Καλύτερη τιμή πώλησης για μεγαλύτερη συγκέντρωση κυκλοεξανόνης στο μίγμα.
Γνωστά δεδομένα για την αντίδραση μετατροπής, η οποία δεν παρουσιάζει ιδιαίτερα προβλήματα

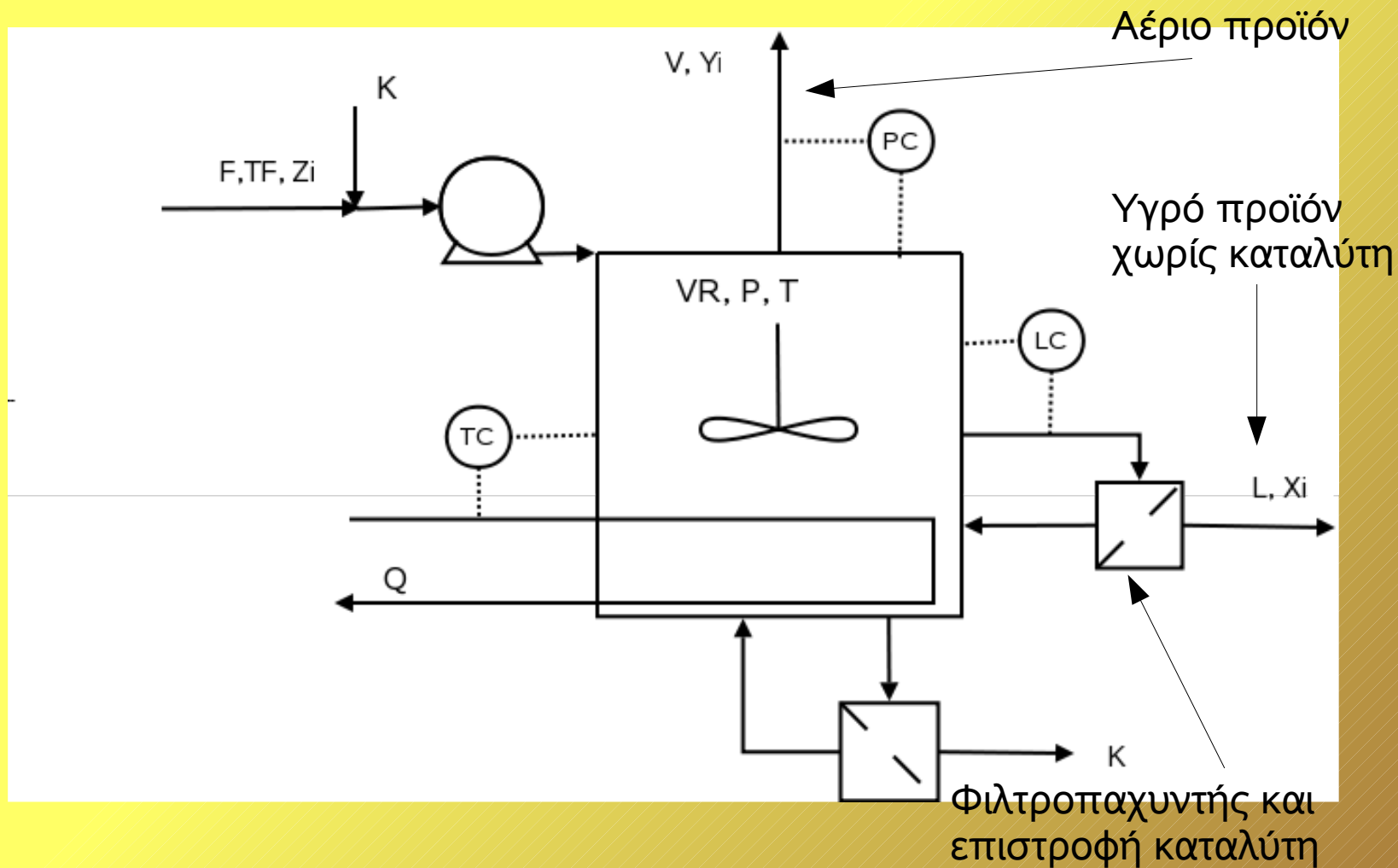
Πρόταση : Αναβάθμιση του προϊόντος με καταλυτική μετατροπή μέρους της κ/εξανόλης σε κ/εξανόνη.
Να εξεταστεί αν είναι συμφέρουσα.
Να σχεδιαστεί ο άριστος χημικός αντιδραστήρας.



Διάγραμμα ροής και οργάνων για καταλυτική μετατροπή
κυκλοεξανόλης σε κυκλοεξανόνη







Οικονομική αξιολόγηση επενδυτικού σχεδίου

Αντικειμενική Συνάρτηση $S =$ **Αύξηση κερδών**

αναλύεται σε :

- + **Αύξηση αξίας μίγματος (C_{pr})**
- **Κόστος λειτουργίας (C_{op})**
- **Σταθερό (πάγιο) κόστος (C_{eq})**

$$S = C_{pr} - C_{op} - C_{eq}$$

Διατύπωση προβλήματος αριστοποίησης

$$\max S (\mathbf{D}; \mathbf{M})$$

με περιορισμούς :

$$F_i(\mathbf{M}; \mathbf{D})=0, i = 1, 2, 3...$$

όπου \mathbf{D} οι μεταβλητές σχεδιασμού

\mathbf{M} οι μεταβλητές επίλυσης του μοντέλου

F_i οι εξισώσεις του μοντέλου της διεργασίας

Δεδομένα των διεργασιών

Χημική Αντίδραση

- $C_6H_{11}OH \rightarrow C_6H_{10}O + H_2$
 $C_6H_{11}OH + C_6H_{10}O \rightarrow C_{12}H_{20}(OH)_2$
- Υγρή φάση
- Συγκέντρωση καταλύτη 3%κ.β.
- Προσθήκη 0.2kg κατ/100kg κ/εξανόνης

Χημική Κινητική

- $R_1 = K_1 X_1$, $K_1 = k_{01} \exp(-E_1/RT)$
- $R_2 = K_2 X_1 X_2$, $K_2 = k_{02} \exp(-E_2/RT)$
Συγκεντρώσεις στον αντιδραστήρα:
 $X_1 = \kappa/\epsilon\alpha\chi\alpha\lambda\acute{o}\lambda\eta$, $X_2 = \kappa/\epsilon\alpha\chi\alpha\lambda\acute{o}\nu\eta$
- $k_{01} = 6.37 \text{ s}^{-1}$ $k_{02} = 9.24 \times 10^{12} \text{ s}^{-1}$
- $\Delta H_{R1} = -8.27 \times 10^4 \text{ kJ/kmol}$
 $\Delta H_{R2} = 0.0 \text{ kJ/kmol}$

Θερμοφυσικές Ιδιότητες

- Εξίσωση Antoine: $\ln(P^0) = A - B/(C + T)$
με γνωστά A, B και C
για κ/εξανόλη, κ/εξανόνη, διφαινύλιο
και υδρογόνο.
Επίσης δίνονται:
- Μέσες θερμοότητες εξάτμισης,
- Κανονικές θερμοκρασίες βρασμού
- Μέσες ειδικές θερμοότητες για υγρή
αέρια φάση.
*για όλα τα συστατικά που υπεισέρχονται
στη διαδικασία μετατροπής*

Οικονομικά δεδομένα

Έσοδα και λειτουργικά έξοδα

- Τιμή πώλησης μίγματος (δρχ/kmol)

$$C_M = C_L X_1 + C_N X_2 \text{ όπου:}$$

$$C_L = 2800, C_N = 3600 \text{ (δρχ/kmol),}$$

$$X_1 \text{ (κ/εξανόλη) και } X_2 \text{ (κ/εξανόνη)}$$

σε kmol/kmol

- Θερμική ενέργεια, $C_Q = 5 \text{ δρχ/kWh}$

Σταθερό κόστος

- Αντιδραστήρας
(με βοηθητικό εξοπλισμό),

$$C \text{ (δρχ)} = \gamma_1 + \gamma_2 V_R^{\gamma_3},$$

όπου V_R όγκος σε m^3 ,

$$\gamma_1 = 20. \times 10^6, \gamma_2 = 20. \times 10^6, \gamma_3 = 0.80$$

- $V_R = C_V M_R,$

όπου $C_V = 0.125 \text{ m}^3 / \text{kmol}$

- Συντελεστής απόσβεσης, $e = 0.2$
- Ετήσιος χρόνος λειτουργίας,
 $t = 8000 \text{ ώρες/έτος}$

Μαθηματικό μοντέλο (N αντιδράσεις, C συστατικά)

Κινητική αντιδράσεων (j=1,...N)

$$R_j = k_{0j} \exp(-E_j/RT) X_1^{\beta_{j1}} X_2^{\beta_{j2}} \dots X_C^{\beta_{jC}}$$

Άγνωστοι: R_j , T , X_i

Ισοζύγια μάζας (i=1,...C)

$$Z_{iF} + (V_R/C_V)(a_{1i}R_1 + \dots + a_{Ci}R_C) = X_iL + Y_iV$$

Άγνωστοι: V_R , V , L , Y_i , Z_C

Ισοζύγιο Θερμότητας

$$Q + \sum_{i=1}^N R_j \frac{V_R}{C_V} \Delta H_{R_j} + F \sum_{i=1}^N Z_i h(T_F) = V \sum_{i=1}^N Y_i H(T) + L \sum_{i=1}^N X_i h(T)$$

Ισορροπία φάσεων

$$Y_i = (P_i^0(T)/P) X_i$$

Άγνωστοι: P

Άλλες

$$X_1 + X_2 + \dots + X_C = 1$$

$$Y_1 + Y_2 + \dots + Y_C = 1$$

$$Z_1 + Z_2 + \dots + Z_C = 1$$

Αντικειμενική Συνάρτηση

Σταθερό κόστος (αποσβέσεις)

$$C_{eq} = e (\gamma_1 + \gamma_2 V_R \gamma^3)$$

Κέρδος

$$S = C_{ac} - C_{eq} - C_{op}$$

Λειτουργικό κόστος

$$C_{op} = C_Q Q t_y$$

Έσοδα από πωλήσεις

$$C_{ac} = [L (C_L X_1 + C_N X_2) - F (C_L Z_1 + C_N Z_2)] t_y$$

Αγνωστες μεταβλητές: $2C+N+7 = 17$

Εξισώσεις: $2C+N+4 = 14$

Μεταβλητές σχεδιασμού: $17 - 14 = 3$

Μεταβλητές επίλυσης: 15 (όσες οι εξισώσεις)

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4	
1	X		X	X	X	X								X				6
2		X	X	X	X	X								X				6
3	X	X	X				X				X	X			X			7
4	X	X		X				X			X	X			X			7
5	X	X			X				X		X	X			X			7
6	X	X				X				X	X	X			X		X	8
7			X				X						X	X				4
8				X				X					X	X				4
9					X				X				X	X				4
10						X				X			X	X				4
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	16
12			X	X	X	X												4
13							X	X	X	X								4
14																	X	1
	6	6	6	6	6	6	4	4	4	4	5	5	4	7	5	1	3	

**Πίνακας Απεικόνισης Συστήματος
 (αραιό σύστημα)**

μεταβλητές:

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4	
1	X		X	X	X	X								X				6
2		X	X	X	X	X								X				6
3	X	X	X				X				X	X			X			7
4	X	X		X				X			X	X			X			7
5	X	X			X				X		X	X			X			7
6	X	X				X				X	X	X			X		X	8
7			X				X						X	X				4
8				X				X					X	X				4
9					X				X				X	X				4
10						X				X			X	X				4
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	16
12			X	X	X	X												4
13							X	X	X	X								4
14																	X	1
	6	6	6	6	6	6	4	4	4	4	5	5	4	7	5	1	3	

Πίνακας Απεικόνισης Συστήματος
 (αραιό σύστημα)

μεταβλητές:

εξισώσεις:

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4	
1	X		X	X	X	X								X				6
2		X	X	X	X	X								X				6
3	X	X	X				X				X	X			X			7
4	X	X		X				X			X	X			X			7
5	X	X			X				X		X	X			X			7
6	X	X				X				X	X	X			X		X	8
7			X				X						X	X				4
8				X				X					X	X				4
9					X				X				X	X				4
10						X				X			X	X				4
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	16
12			X	X	X	X												4
13							X	X	X	X								4
14																	X	1
	6	6	6	6	6	6	4	4	4	4	5	5	4	7	5	1	3	

Πίνακας Απεικόνισης Συστήματος
 (αραιό σύστημα)

μεταβλητές:

εξισώσεις:

συχνότητα
 εμφάνισης
 μεταβλητών:

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4	
1	X		X	X	X	X								X				6
2		X	X	X	X	X								X				6
3	X	X	X				X				X	X			X			7
4	X	X		X				X			X	X			X			7
5	X	X			X				X		X	X			X			7
6	X	X				X				X	X	X			X		X	8
7			X				X						X	X				4
8				X				X					X	X				4
9					X				X				X	X				4
10						X				X			X	X				4
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	16
12			X	X	X	X												4
13							X	X	X	X								4
14																	X	1
	6	6	6	6	6	6	4	4	4	4	5	5	4	7	5	1	3	

Πίνακας Απεικόνισης Συστήματος
 (αραιό σύστημα)

μεταβλητές:

εξισώσεις:

συχνότητα
 εμφάνισης
 μεταβλητών:

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4
1	X		X	X	X	X									X		
2		X	X	X	X	X									X		
3	X	X	X				X				X	X				X	
4	X	X		X				X			X	X				X	
5	X	X			X				X		X	X				X	
6	X	X				X				X	X	X			X		X
7			X				X						X	X			
8				X				X					X	X			
9					X				X				X	X			
10						X				X			X	X			
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X
12			X	X	X	X											
13							X	X	X	X							
14																	X
	6	6	6	6	6	6	4	4	4	4	5	5	4	7	5	1	3

αριθμός
 μεταβλητών
 ανά
 εξίσωση

Πίνακας Απεικόνισης Συστήματος
 (αραιό σύστημα)

Επιλογή Μεταβλητών Σχεδιασμού:

P , T , V_R λόγω της σημασίας τους.

(άμεσα ελεγχόμενες από το σύστημα ρύθμισης)

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4	
1	X		X	X	X	X								X				5
2		X	X	X	X	X								X				5
3	X	X	X				X				X	X			X			6
4	X	X		X				X			X	X			X			6
5	X	X			X				X		X	X			X			6
6	X	X				X				X	X	X			X		X	7
7			X				X						X	X				2
8				X				X					X	X				2
9					X				X				X	X				2
10						X				X			X	X				2
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	14
12			X	X	X	X												4
13							X	X	X	X								4
14																	X	1
	6	6	6	6	6	6	4	4	4	4	5	5	0	0	0	1	3	

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4	
1	X		X	X	X	X								X				5
2		X	X	X	X	X								X				5
3	X	X	X				X				X	X			X			6
4	X	X		X				X			X	X			X			6
5	X	X			X				X		X	X			X			6
6	X	X				X				X	X	X			X		X	7
7			X				X						X	X				2
8				X				X					X	X				2
9					X				X				X	X				2
10						X				X			X	X				2
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	14
12			X	X	X	X												4
13							X	X	X	X								4
14																	X	1
	6	6	6	6	6	6	4	4	4	4	5	5	0	0	0	1	3	

Προφανής ο υπολογισμός της Z4!

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4	
1	X		X	X	X	X								X				5
2		X	X	X	X	X								X				5
3	X	X	X				X				X	X			X			6
4	X	X		X				X			X	X			X			6
5	X	X			X				X		X	X			X			6
6	X	X				X				X	X	X			X		X	7
7			X				X						X	X				2
8				X				X					X	X				2
9					X				X				X	X				2
10						X				X			X	X				2
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	14
12			X	X	X	X												4
13							X	X	X	X								4
14																	X	1
	6	6	6	6	6	6	4	4	4	4	5	5	0	0	0	1	3	

Προφανής ο υπολογισμός της Z4!

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4
1	X		X	X	X	X								X			
2		X	X	X	X	X								X			
3	X	X	X				X				X	X			X		
4	X	X		X				X			X	X			X		
5	X	X			X				X		X	X			X		
6	X	X				X				X	X	X			X		X
7			X				X						X	X			
8				X				X					X	X			
9					X				X				X	X			
10						X				X			X	X			
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X
12			X	X	X	X											
13							X	X	X	X							
14																	X
	6	6	6	6	6	6	4	4	4	4	5	5	0	0	0	1	3

E14 → Z4

Μπορεί να μπει και στην αρχή και στο τέλος

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4
1	X		X	X	X	X								X			
2		X	X	X	X	X								X			
3	X	X	X				X				X	X			X		
4	X	X		X				X			X	X			X		
5	X	X			X				X		X	X			X		
6	X	X				X				X	X	X			X		X
7			X				X						X	X			
8				X				X					X	X			
9					X				X				X	X			
10						X				X			X	X			
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X
12			X	X	X	X											
13							X	X	X	X							
14																	X
	6	6	6	6	6	6	4	4	4	4	5	5	0	0	0	1	3

E14 → Z4

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4
1	X		X	X	X	X								X			
2		X	X	X	X	X								X			
3	X	X	X				X				X	X			X		
4	X	X		X				X			X	X			X		
5	X	X			X				X		X	X			X		
6	X	X				X				X	X	X			X		X
7			X				X						X	X			
8				X				X					X	X			
9					X				X				X	X			
10						X				X			X	X			
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X
12			X	X	X	X											
13							X	X	X	X							
14																	X
	6	6	6	6	6	6	4	4	4	4	5	5	0	0	0	1	3

E14 → Z4

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4
1	X		X	X	X	X								X			
2		X	X	X	X	X								X			
3	X	X	X				X				X	X			X		
4	X	X		X				X			X	X			X		
5	X	X			X				X		X	X			X		
6	X	X				X				X	X	X			X		X
7			X				X						X	X			
8				X				X					X	X			
9					X				X				X	X			
10						X				X			X	X			
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X
12			X	X	X	X											
13							X	X	X	X							
14																	X
	5	5	5	5	5	5	3	3	3	3	4	4	0	0	0	1	3

E11 → Q
 E14 → Z4

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4
1	X		X	X	X	X									X		
2		X	X	X	X	X									X		
3	X	X	X				X				X	X				X	
4	X	X		X				X			X	X				X	
5	X	X			X				X		X	X				X	
6	X	X				X				X	X	X				X	X
7			X				X						X	X			
8				X				X					X	X			
9					X				X				X	X			
10						X				X			X	X			
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X			X	X	X
12			X	X	X	X											
13							X	X	X	X							
14																	X
	5	5	5	5	5	5	3	3	3	3	4	4	0	0	0	1	3

E11 → Q
 E14 → Z4

$X_i \rightarrow R_i, Y_i$ και $X_i, Y_i, R_i \rightarrow L, V$
 Αλλά τα L και V δίνουν **κυκλικό** σύστημα

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4
1	X		X	X	X	X									X		
2		X	X	X	X	X									X		
3	X	X	X				X				X	X				X	
4	X	X		X				X			X	X				X	
5	X	X			X				X		X	X				X	
6	X	X				X				X	X	X				X	X
7			X				X						X	X			
8				X				X					X	X			
9					X				X				X	X			
10						X				X			X	X			
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X			X	X	X
12			X	X	X	X											
13							X	X	X	X							
14																	X
	5	5	5	5	5	5	3	3	3	3	4	4	0	0	0	1	3

E11 → Q
 E14 → Z4

Άλλος τρόπος: $X_i (i=1, 2, 3) \rightarrow X4, X_i \rightarrow Y_i, R_i$ και $R_i, X4, Y4, L \rightarrow V$

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4
1	X		X	X	X	X									X		
2		X	X	X	X	X									X		
3	X	X	X				X				X	X				X	
4	X	X		X				X			X	X				X	
5	X	X			X				X		X	X				X	
6	X	X				X				X	X	X				X	X
7			X				X						X	X			
8				X				X					X	X			
9					X				X				X	X			
10						X				X			X	X			
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X
12			X	X	X	X											
13							X	X	X	X							
14																	X
	5	5	5	5	5	5	3	3	3	3	4	4	0	0	0	1	3

E11 → Q
 E14 → Z4

Έστω ότι τα X1, X2, X3 και L είναι γνωστά.

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4
1	X		X	X	X	X									X		
2		X	X	X	X	X									X		
3	X	X	X				X				X	X			X		
4	X	X		X				X			X	X			X		
5	X	X			X				X		X	X			X		
6	X	X				X				X	X	X			X		X
7			X				X						X	X			
8				X				X					X	X			
9					X				X				X	X			
10						X				X			X	X			
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X
12			X	X	X	X											
13							X	X	X	X							
14																	X
	5	5	5	5	5	5	3	3	3	3	4	4	0	0	0	1	3

E11 → Q
 E14 → Z4

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4
1	X		X	X	X	X									X		
2		X	X	X	X	X									X		
3	X	X	X				X				X	X				X	
4	X	X		X				X			X	X				X	
5	X	X			X				X		X	X				X	
6	X	X				X				X	X	X				X	X
7			X				X						X	X			
8				X				X					X	X			
9					X				X				X	X			
10						X				X			X	X			
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X
12			X	X	X	X											
13							X	X	X	X							
14																	X
	4	4	5	5	5	4	3	3	3	2	4	4	0	0	0	1	3

E6 → V
 E11 → Q
 E14 → Z4

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4
1	X		X	X	X	X								X			
2		X	X	X	X	X								X			
3	X	X	X				X				X	X			X		
4	X	X		X				X			X	X			X		
5	X	X			X				X		X	X			X		
6	X	X				X				X	X	X			X		X
7			X				X						X	X			
8				X				X					X	X			
9					X				X				X	X			
10						X				X			X	X			
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X
12			X	X	X	X											
13							X	X	X	X							
14																	X
	4	4	5	5	5	4	3	3	3	2	4	4	0	0	0	1	3

E6 → V
 E11 → Q
 E14 → Z4

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4
1	X		X	X	X	X									X		
2		X	X	X	X	X									X		
3	X	X	X				X				X	X				X	
4	X	X		X				X			X	X				X	
5	X	X			X				X		X	X				X	
6	X	X				X				X	X	X				X	X
7			X				X						X	X			
8				X				X					X	X			
9					X				X				X	X			
10						X				X			X	X			
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X
12			X	X	X	X											
13							X	X	X	X							
14																	X
	4	4	5	5	5	4	3	3	3	2	4	4	0	0	0	1	3

E6 → V
 E11 → Q
 E14 → Z4

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4
1	X		X	X	X	X									X		
2		X	X	X	X	X									X		
3	X	X	X				X				X	X				X	
4	X	X		X				X			X	X				X	
5	X	X			X				X		X	X				X	
6	X	X				X				X	X	X				X	X
7			X				X						X	X			
8				X				X					X	X			
9					X				X				X	X			
10						X				X			X	X			
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X
12			X	X	X	X											
13							X	X	X	X							
14																	X
	4	4	5	5	5	3	3	3	3	2	4	4	0	0	0	1	3

- E7 → Y1
- E8 → Y2
- E9 → Y3
- E10 → Y4
- E6 → V
- E11 → Q
- E14 → Z4

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4
1	X		X	X	X	X									X		
2		X	X	X	X	X									X		
3	X	X	X				X				X	X				X	
4	X	X		X				X			X	X				X	
5	X	X			X				X		X	X				X	
6	X	X				X				X	X	X				X	X
7			X				X						X	X			
8				X				X					X	X			
9					X				X				X	X			
10						X				X			X	X			
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X
12			X	X	X	X											
13							X	X	X	X							
14																	X
	4	4	5	5	5	3	3	3	3	2	4	4	0	0	0	1	3

- E7 → Y1
- E8 → Y2
- E9 → Y3
- E10 → Y4
- E6 → V
- E11 → Q
- E14 → Z4

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4
1	X		X	X	X	X								X			
2		X	X	X	X	X								X			
3	X	X	X				X				X	X			X		
4	X	X		X				X			X	X			X		
5	X	X			X				X		X	X			X		
6	X	X				X				X	X	X			X		X
7			X				X						X	X			
8				X				X					X	X			
9					X				X				X	X			
10						X				X			X	X			
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X
12			X	X	X	X											
13							X	X	X	X							
14																	X
	4	4	5	5	5	3	3	3	3	2	4	4	0	0	0	1	3

- E7 → Y1
- E8 → Y2
- E9 → Y3
- E10 → Y4
- E6 → V
- E11 → Q
- E14 → Z4

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4	
1	X		X	X	X	X									X			5
2		X	X	X	X	X									X			5
3	X	X	X				X				X	X				X		6
4	X	X		X				X			X	X				X		6
5	X	X			X				X		X	X				X		6
6	X	X				X				X	X	X				X	X	6
7			X				X						X	X				2
8				X				X					X	X				2
9					X				X				X	X				2
10						X				X			X	X				2
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X	13
12			X	X	X	X												4
13							X	X	X	X								4
14																	X	1
	4	4	5	5	5	3	3	3	3	2	4	4	0	0	0	1	3	

- E1 → R1
- E2 → R2
- E7 → Y1
- E8 → Y2
- E9 → Y3
- E10 → Y4
- E6 → V
- E11 → Q
- E14 → Z4

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4
1	X		X	X	X	X									X		
2		X	X	X	X	X									X		
3	X	X	X				X				X	X				X	
4	X	X		X				X			X	X				X	
5	X	X			X				X		X	X				X	
6	X	X				X				X	X	X				X	X
7			X				X						X	X			
8				X				X					X	X			
9					X				X				X	X			
10						X				X			X	X			
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X
12			X	X	X	X											
13							X	X	X	X							
14																	X
	4	4	5	5	5	3	3	3	3	2	4	4	0	0	0	1	3

- E1 → R1
- E2 → R2
- E7 → Y1
- E8 → Y2
- E9 → Y3
- E10 → Y4
- E6 → V
- E11 → Q
- E14 → Z4

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4
1	X		X	X	X	X								X			
2		X	X	X	X	X								X			
3	X	X	X				X				X	X			X		
4	X	X		X				X			X	X			X		
5	X	X			X				X		X	X			X		
6	X	X				X				X	X	X			X		X
7			X				X						X	X			
8				X				X					X	X			
9					X				X				X	X			
10						X				X			X	X			
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X		X	X	X	X
12			X	X	X	X											
13							X	X	X	X							
14																	X
	4	4	5	5	5	3	3	3	3	2	4	4	0	0	0	1	3

- E1 → R1
- E2 → R2
- E7 → Y1
- E8 → Y2
- E9 → Y3
- E10 → Y4
- E6 → V
- E11 → Q
- E14 → Z4

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4	
1	X		X	X	X	X									X			5
2		X	X	X	X	X									X			5
3	X	X	X				X				X	X				X		6
4	X	X		X				X			X	X				X		6
5	X	X			X				X		X	X				X		6
6	X	X				X				X	X	X				X	X	6
7			X				X						X	X				2
8				X				X					X	X				2
9					X				X				X	X				2
10						X				X			X	X				2
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X			X	X	X	13
12			X	X	X	X												4
13							X	X	X	X								4
14																	X	1
	4	4	5	5	5	3	3	3	3	2	4	4	0	0	0	1	3	

- E12 → X4**
- E1 → R1
- E2 → R2
- E7 → Y1
- E8 → Y2
- E9 → Y3
- E10 → Y4
- E6 → V
- E11 → Q
- E14 → Z4

Αχρησιμοποίητες

	R1	R2	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	L	V	P	T	VR	Q	Z4	
1	X		X	X	X	X									X			5
2		X	X	X	X	X									X			5
3	X	X	X				X				X	X				X		6
4	X	X		X				X			X	X				X		6
5	X	X			X				X		X	X				X		6
6	X	X				X				X	X	X				X	X	6
7			X				X						X	X				2
8				X				X					X	X				2
9					X				X				X	X				2
10						X				X			X	X				2
11	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X			X	X	X	13
12			X	X	X	X												4
13							X	X	X	X								4
14																	X	1
	4	4	5	5	5	3	3	3	3	2	4	4	0	0	0	1	3	

E12 → X4
 E1 → R1
 E2 → R2
 E7 → Y1
 E8 → Y2
 E9 → Y3
 E10 → Y4
 E6 → V
 E11 → Q
 E14 → Z4

1. Απόδοση τιμών στις X1, X2, X3, L και επίλυση με την καθορισμένη σειρά
2. Επαλήθευση των E3, E4, E5 και E13

Λύση συστήματος μέσω ελαχιστοποίησης:

Έστω $f(x) = c$ και ότι η $f(x)$ έχει ρίζα. Τότε
Η λύση της $f(x) = 0$ δίνεται για $\min |f(x)|^2$ γιατί $c^2 \geq 0$

Το σύστημα

$$f_1(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0$$

$$f_2(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0$$

...

$$f_N(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0$$

λύνεται ως

$$\min(c_1^2 + c_2^2 + \dots + c_N^2) \text{ όπου } c_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_N)$$

Λύση συστήματος μέσω ελαχιστοποίησης:

1. Απόδοση τιμών στις ΜΣ (P, T, VR)
2. Απόδοση τιμών στις **Μεταβλητές Δοκιμής** (X1, X2, X3, L)
3. Υπολογισμός λοιπών Μεταβλητών Επίλυσης βάσει της προσδιορισμένης σειράς
4. Υπολογισμός της $f = c_3^2 + c_4^2 + c_5^2 + c_{13}^2$ (από αχρησιμοποίητες εξισώσεις).
5. Μεταβολή των ΜΔ ώστε να ελαττωθεί η f και επανάληψη των 3-4
6. Όταν ελαχιστοποιηθεί η f, μεταβολή των ΜΣ ώστε να ελαττωθεί η ΑΣ και επανάληψη των 2-5.