

## Φυσικές Διεργασίες

### Προβλήματα στην απόσταξη που λύθηκαν στην τάξη

Πηγή: Δ. Μαρίνος-Κουρής, Ε. Παρλιάρου-Τσάμη, “Ασκήσεις Φυσικών Διεργασιών”, Παπασωτηρίου, Αθήνα 1994

Απρίλιος 2008

### Πρόβλημα 1

#### Διαχωριστήρας ισορροπίας

Διαχωριστήρας ισορροπίας τροφοδοτείται με ρυθμό  $1 \text{ kmol/s}$ , με μίγμα κανονικών υδρογονανθράκων: προπάνιο (C3), κανονικό βουτάνιο (C4) και κανονικό πεντάνιο (C5). Η πίεση είναι  $6 \text{ atm}$ . Οι εξερχόμενοι ατμοί αποτελούν το 60% της τροφοδοσίας και έχουν μοριακή σύσταση: 50% C3, 30% C4, 20% C5.

Ζητούνται:

α) η σύσταση της τροφοδοσίας

β) η σύσταση του υγρού που εξέρχεται από τον διαχωριστήρα.

**Λύση:**

Σύνοψη των δεδομένων:

$P = 6 \text{ atm}$ ,  $V = 0.6F$ ,  $L = 0.4F$ ,  $F = 1 \text{ kmol/s}$ .

Ζητούμενα:

$x_{Fi}$ ,  $x_{Li}$

Από το ισοζύγιο μάζας για κάθε συστατικό  $i$  βρίσκουμε:

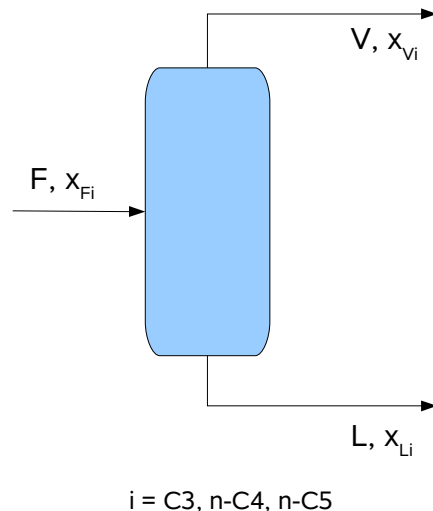
$$F x_{F,i} = V x_{V,i} + L x_{L,i} = 0.6 F x_{V,i} + 0.4 F x_{L,i} \Rightarrow$$

$$x_{F,i} = 0.6 x_{V,i} + 0.4 x_{L,i}$$

Τότε, για κάθε συστατικό  $i$  έχουμε δύο αγνώστους: τη σύσταση του υγρού και τη σύσταση της τροφοδοσίας. Χρειαζόμαστε άλλη μία συνθήκη (για κάθε συστατικό) και αυτή τη βρίσκουμε από τα δεδομένα ισορροπίας που μας εκφράζονται από μια σχέση της μορφής  $y_i = k_i x_i$  όπου  $y_i$  είναι η σύσταση του ατμού (εδώ, με το σύμβολο  $x_{Vi}$ ) και  $x_i$  είναι η σύσταση του υγρού, (εδώ, με το σύμβολο  $x_{Li}$ ). Εδώ θεωρούμε ότι τα δεδομένα δίνονται υπό τη μορφή διαγράμματος De Priester.

Επειδή κάθε ζεύγος τιμών σύστασης ατμού-υγρού αντιστοιχεί σε συγκεκριμένες συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας και εμείς ξέρουμε μόνο την πίεση πρέπει να κάνουμε δοκιμές για διάφορες θερμοκρασίες μέχρι να βρούμε κάποια τιμή που δίνει εύλογα αποτελέσματα. Η συνήθης μέθοδος για να το κρίνουμε αυτό σε προβλήματα τέτοιου είδους, είναι να ελέγχουμε σε κάθε δοκιμή αν τα μοριακά κλάσματα σε κάθε ένα από τα ρεύματα με άγνωστη σύσταση δίνουν άθροισμα ίσο με τη μονάδα. Αν επιλέξουμε να ελέγχουμε τα μοριακά κλάσματα της τροφοδοσίας σύμφωνα με τη σχέση που βρήκαμε πιο πάνω, τότε τα βήματα που ακολουθούμε είναι τα εξής:

1. Επιλέγουμε κάποια πιθανή θερμοκρασία της διεργασίας
2. Από το διάγραμμα De Priester βρίσκουμε τις σταθερές ισορροπίας των τριών συστατικών για τη δεδομένη πίεση και την επιλεγμένη θερμοκρασία
3. Βρίσκουμε τη σύσταση του υγρού με τη βοήθεια της σύστασης του ατμού (γνωστή) και της σταθεράς που βρήκαμε στο προηγούμενο βήμα:  $x_{Li} = x_{Vi} / k_i$  Υπολογίζουμε το άθροισμα των μοριακών κλασμάτων που βρήκαμε.
4. Βρίσκουμε τη σύσταση της τροφοδοσίας με τη βοήθεια της σχέσης που βγάλαμε βάσει των ισοζυγίων. Υπολογίζουμε το άθροισμα των μοριακών κλασμάτων που βρήκαμε.
5. Αν τα αθροίσματα των μοριακών κλασμάτων είναι πολύ κοντά στη μονάδα τελειώσαμε, αλλιώς πάμε στο βήμα 1 για να δοκιμάσουμε άλλη θερμοκρασία.



Ο παρακάτω πίνακας συνοψίζει τα αποτελέσματα για θερμοκρασία 58°C.

| συστατικό | $x_{Vi}$ | $k_i$ (58°C) | $x_{Fi} = 0.6x_{Vi} + 0.4x_{Vi}/k_i$ | $x_{Li} = x_{Vi} / k_i$ |
|-----------|----------|--------------|--------------------------------------|-------------------------|
| προπάνιο  | 0.50     | 2.70         | 0.37                                 | 0.18                    |
| βουτάνιο  | 0.30     | 1.00         | 0.30                                 | 0.30                    |
| πεντάνιο  | 0.20     | 0.38         | 0.33                                 | 0.52                    |
|           |          |              | $\Sigma x_{Fi} = 1.00$               | $\Sigma x_{Li} = 1.00$  |

Άρα,

α) σύσταση τροφοδοσίας:  $x_{F3} = 0.37$ ,  $x_{F4} = 0.30$ ,  $x_{F5} = 0.33$

β) σύσταση υγρού:  $x_{L3} = 0.18$ ,  $x_{L4} = 0.30$ ,  $x_{L5} = 0.50$

## Πρόβλημα 2

### Αριθμός θεωρητικών βαθμίδων αποστακτικής στήλης με τη μέθοδο McCabe-Thiele

Ισομοριακό μίγμα τετραχλωράνθρακα και διθειάνθρακα αποστάζεται σε κλασματική στήλη συνεχούς λειτουργίας σε ατμοσφαιρική πίεση. Τροφοδοτείται ποσότητα 1500kg/h η οποία εξατμίζεται κατά 30% πριν εισέλθει στη στήλη. Η σύσταση του αποστάγματος είναι 95% διθειάνθρακας και του υπολείμματος 0.5% διθειάνθρακας (μοριακά κλάσματα).

Ζητούνται:

α) οι ποσότητες αποστάγματος και υπολείμματος σε kmol/h

β) ο αριθμός των θεωρητικών βαθμίδων, αν ο λόγος αναρροής είναι  $R = 1.59$

Δίνονται τα παρακάτω δεδομένα ισορροπίας για το διθειάνθρακα:

|       |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| T, °C | 76.7 | 74.9 | 73.1 | 70.3 | 68.6 | 63.8 | 59.3 | 55.3 | 52.0 | 50.4 | 48.5 | 46.3 |
| x     | 0.00 | 0.02 | 0.06 | 0.11 | 0.14 | 0.25 | 0.39 | 0.53 | 0.66 | 0.75 | 0.86 | 1.00 |
| y     | 0.00 | 0.08 | 0.15 | 0.26 | 0.33 | 0.49 | 0.63 | 0.74 | 0.82 | 0.87 | 0.93 | 1.00 |

### Λύση

Σύνοψη δεδομένων:

$F = 1500 \text{ kg/h}$ ,  $P = 1 \text{ at}$ ,  $x_F = 0.5$ ,  $x_D = 0.95$ ,  $x_B = 0.05$

(τα κλάσματα εκφράζονται ως προς το πτητικότερο συστατικό που είναι προφανώς ο διθειάνθρακας), εξατμηση του 30% της τροφοδοσίας, δεδομένα ισορροπίας.

Ζητούνται: D, B, N

Κατ' αρχήν, επειδή η τροφοδοσία δίνεται σε μονάδες μάζας, τη μετατρέπουμε σε μονάδες kmol/h. Επειδή δεν γνωρίζουμε τη μάζα κάθε συστατικού θα βρούμε το μέσο μοριακό βάρος του μίγματος και με αυτό θα κάνουμε τη μετατροπή:

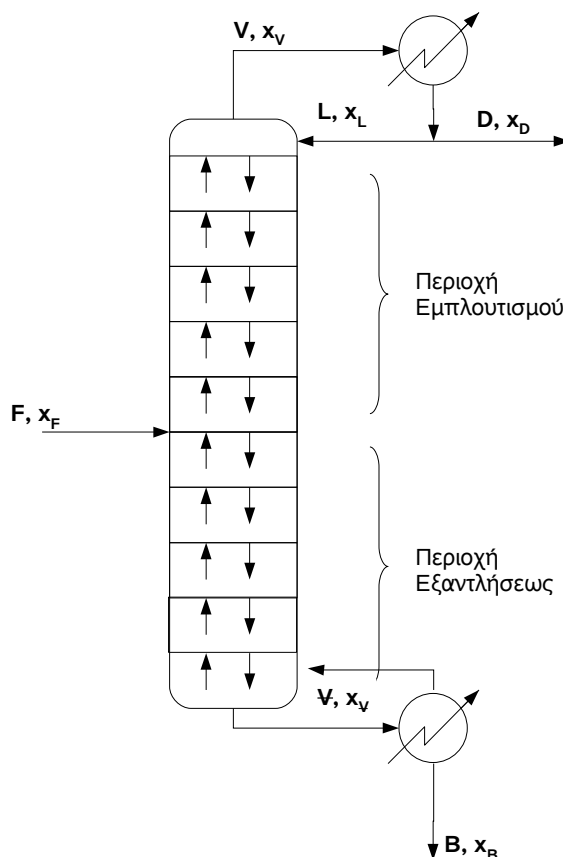
$$MB_F = \frac{n_1 MB_1 + n_2 MB_2}{n_1 + n_2} =$$

$$x_1 MB_1 + x_2 MB_2 = 0.5 \times 154 + 0.5 \times 76 = 115$$

όπου με  $n_i$  συμβολίζουμε τα mol και τα μοριακά βάρη του τετραχλωράνθρακα (1) και διθειάνθρακα (2) είναι 154 και 76, αντίστοιχα. Τότε

$$F = 1500 / 115 = 13.04 \text{ kmol/h}$$

Από το ισοζύγιο (ολικό και ως προς το πτητικό



συστατικό) για όλη τη στήλη έχουμε:

$$F = B + D$$

$$F x_F = B x_B + D x_D$$

Αν λύσουμε το ολικό ισοζύγιο ως προς B ( $B = F - D$ ) και αντικαστήσουμε στο ισοζύγιο του πτητικού συστατικού, βρίσκουμε:

$$D = F \left( \frac{x_F - x_B}{x_D - x_B} \right) = 13.04 \times \left( \frac{0.5 - 0.05}{0.95 - 0.05} \right) \Rightarrow D = 6.85 \text{ kmol/h}$$

Παρόμοια, αν λύσουμε το ολικό ισοζύγιο ως προς D ( $D = F - B$ ) και αντικαστήσουμε στο ισοζύγιο του πτητικού συστατικού, βρίσκουμε:

$$B = F \left( \frac{x_D - x_F}{x_D - x_B} \right) = 13.04 \times \left( \frac{0.95 - 0.5}{0.95 - 0.05} \right) \Rightarrow B = 6.20 \text{ kmol/h}$$

β) Για τον προσδιορισμό των θεωρητικών βαθμίδων πρέπει να σχεδιάσουμε τη γραμμή ισορροπίας και τις γραμμές λειτουργίας των τμημάτων εμπλουτισμού και εξάντλησης ή, εναλλακτικά, τη γραμμή λειτουργίας του τμήματος εμπλουτισμού και τη γραμμή θερμικής κατάστασης (από το σημείο τομής των δύο διέρχεται και η τρίτη). Για τη γραμμή ισορροπίας χρησιμοποιούμε τα σημεία (x,y) που δίνονται ώστε να σχεδιάσουμε κατά προσέγγιση την καμπύλη.

Όσον αφορά τις γραμμές λειτουργίας εργαζόμαστε ως εξής. Αφού έχουμε δεδομένα για την θερμική κατάσταση της τροφοδοσίας, συμφέρει να υπολογίσουμε τη γραμμή θερμικής κατάστασης. Συγκεκριμένα, για την εξάτμιση της τροφοδοσίας κατά 30% θα έχουμε ένα μίγμα 30% ατμών που συμβολίζουμε με  $V_F$  και 70% υγρού που συμβολίζουμε με  $L_F$ . Από αυτά, ο ατμός της τροφοδοσίας ανέρχεται και καθώς ενώνεται με το ρεύμα ατμού  $\bar{V}$  που προέρχεται από τον αναβραστήρα στον πυθμένα της στήλης, δίνουν το ρεύμα ατμού V που θα βγει τελικά από την κορυφή.

Παρόμοια, το ρεύμα  $L_F$  κατέρχεται και καθώς το συναντά το ρεύμα L του υγρού που προέρχεται από την αναρροή του

συμπυκνωμένου αποστάγματος στην κορυφή της στήλης, δίνουν το ρεύμα  $\bar{L}$  του υγρού που θα τροφοδοτήσει τον αναβραστήρα στον πυθμένα.

Επομένως είναι προφανές ότι ισχύουν:

$$V = \bar{V} + V_F = \bar{V} + 0.3F \quad \text{και} \quad \bar{L} = L_F + L = 0.7F + L$$

Η θερμική κατάσταση της τροφοδοσίας δίνεται από το κλάσμα

$$q = \frac{\bar{L} - L}{F} = L + 0.7F - LF \Rightarrow q = 0.7$$

Η γραμμή λειτουργίας της θερμικής κατάστασης (q-line) ορίζεται ως  $y = \frac{q}{q-1}x - \frac{x_F}{q-1}$  και

επομένως η κλίση της είναι  $\frac{q}{q-1} = -\frac{7}{3}$ . Επίσης, γνωρίζουμε ότι η q-line διέρχεται από το σημείο της κύριας διαγωνίου (ευθεία  $y = x$ ) που αντιστοιχεί στη σύσταση  $x_F$  της τροφοδοσίας. Επομένως, η q-line έχει προσδιοριστεί.

Παρόμοια, η γραμμή λειτουργίας του τμήματος εμπλουτισμού έχει εξίσωση

$$y_{n+1} = \frac{R}{R+1}x_n + \frac{x_D}{R+1}$$

Τότε, η κλίση της ευθείας είναι  $R/(R+1) = 1.59/(1 + 1.59) = 0.615$ , ενώ αν θέσουμε  $x_n = 0$  βρίσκουμε ότι τέμνει τον άξονα των τεταγμένων στο σημείο  $x_D/(R+1) = 0.95/(1 + 1.59) = 0.367$



ολογιστεί η κλίση της γραμμής  $q$  στις εξής περιπτώσεις:

α) Η τροφοδοσία F είναι μίγμα 20% κορεσμένου υγρού – 80% ατμών στις συνθήκες τροφοδοσίας  
 β) Η τροφοδοσία είναι υπέρθερμος ατμός και 1 mol εξατμίζεται στη βαθμίδα τροφοδοσίας για 9 mol εισερχόμενου ατμού.  
 γ) Η τροφοδοσία είναι υπόψυκτο υγρό θερμοκρασίας 35°C χαμηλότερης της θερμοκρασίας βρασμού  $T_{BP}$  της τροφοδοσίας.  
 Δίνονται η ειδική θερμότητα του υγρού,  $C_{PL} = 30 \text{ kJ/mol}$  και η θερμότητα εξάτμισης  $\Delta H_F = 15000 \text{ kJ/mol}$ .

α) Το μέρος της τροφοδοσίας που είναι ατμός, με παροχή  $V_F$  το 80% της συνολικής τροφοδοσίας, ανέρχεται και μαζί με τον ατμό  $\bar{V}$  που προέρχεται από τον αναβραστήρα δίνουν τη ροή  $V$  που θα καταλήξει ως απόσταγμα στην κορυφή. Αντίστοιχα, το μέρος της τροφοδοσίας που είναι υγρό,

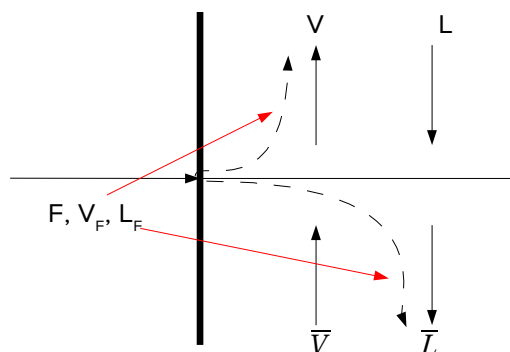
με παροχή  $L_F$  το 20% της συνολικής τροφοδοσίας, κατερχόμενο ενώνεται με την αναρροή  $L$  που προέρχεται από το συμπυκνωτήρα στην κορυφή της στήλης και δίνουν τη ροή υγρού  $\bar{L}$  διαμέσου της στήλης που θα καταλήξει στον αναβραστήρα του πυθμένα. Έτσι, ισχύουν τα εξής:

$$L_F = 0.2F \quad \text{και} \quad \bar{L} = L + 0.2F \quad \text{άρα:}$$

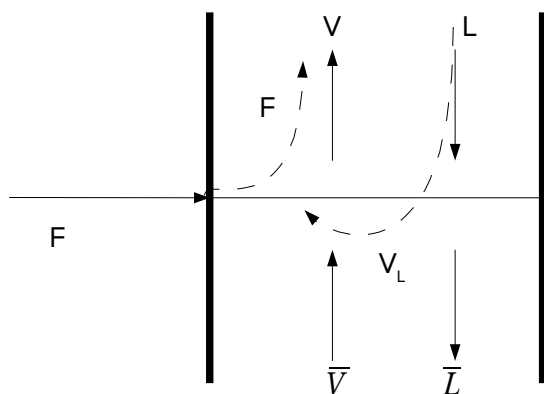
$$q = \frac{\bar{L} - L}{F} = \frac{L + 0.2F - L}{F} = 0.2$$

Κλίση της γραμμής λειτουργίας:

$$\frac{q}{q-1} = \frac{0.2}{0.2-1} = -0.25$$



β) Εδώ έχουμε την εξής κατάσταση: όλη η τροφοδοσία είναι ατμός και ανέρχεται μαζί με τη ροή ατμού  $\bar{V}$  που προέρχεται από τον αναβραστήρα, αλλά επίσης και ένα μέρος του συμπυκνώματος που κατέρχεται από την κορυφή εξατμίζεται (1 mol αυτού για 9 mol τροφοδοσίας) και ανέρχεται ως ατμός παροχής έστω  $V_L$ . Τότε ισχύουν:



$$V_L = \frac{F}{9} \quad \text{και} \quad \bar{L} = L - V_L$$

$$q = \frac{\bar{L} - L}{F} = \frac{L - \frac{F}{9} - L}{F} = -\frac{1}{9}$$

Κλίση της γραμμής λειτουργίας:

$$\frac{q}{q-1} = \frac{-\frac{1}{9}}{-\frac{1}{9}-1} = 0.1$$

γ) Εδώ είναι η αντίστροφη κατάσταση από την προηγούμενη. Όλη η τροφοδοσία κατερχόμενη ως υγρό ενώνεται με την υγρή αναρροή που κατέρχεται από την κορυφή της στήλης και επιπλέον συμπυκνώνεται και ένα μέρος του ανερχόμενου ατμού, έστω  $L_V$ , το οποίο επίσης κατέρχεται και με τα δύο προηγούμενα δίνουν το ρεύμα  $\bar{L}$ . Επειδή όμως δε μας δίνεται πόσο είναι το μέρος του ατμού που συμπυκνώνεται, θα το βρούμε με τη βοήθεια ενός ισοζυγίου θερμότητας που θα συνδυάσουμε με το ισοζύγιο μάζας.

Ισοζύγιο μάζας:  $\bar{L} = L + F + L_V$

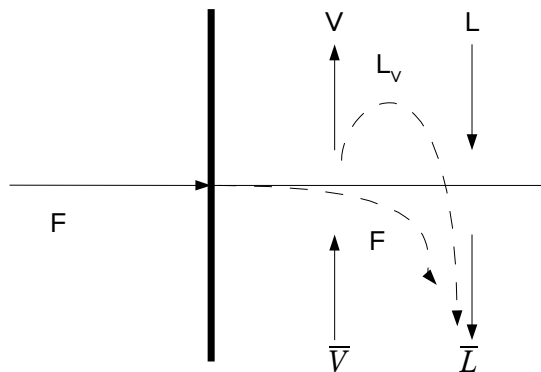
Ισοζύγιο ενέργειας:

$$F C_{PL}(T_{BP} - T_F) = L_V \Delta H_F$$

άρα: 
$$L_V = \frac{F C_{PL}(T_{BP} - T_F)}{\Delta H_F}$$

και αντικαθιστώντας στο ισοζύγιο μάζας έχουμε:

$$\frac{\bar{L} - L}{F} = q = \frac{C_{PL}(T_{BP} - T_F) + \Delta H_F}{\Delta H_F} = \frac{30 \times 35 + 15000}{15000} = 1.07$$



Κλίση της γραμμής λειτουργίας:  $\frac{q}{q-1} = \frac{1.07}{1.07-1} = 15.28$

#### Πρόβλημα 4

##### Θερμοκρασίες τροφοδοσίας κορυφής και πυθμένα στήλης

Κορεσμένο ισομοριακό μίγμα κανονικού πεντανίου-κανονικού εξανίου διαχωρίζεται σε αποστακτική στήλη προς απόσταγμα 5% mol C6 και υπόλειμμα 5%mol C5 σε ατμοσφαιρική πίεση.

α) Ποιες οι θερμοκρασίες τροφοδοσίας, αποστάγματος (πριν και μετά το συμπυκνωτήρα) και υπολείμματος για τη δεδομένη πίεση;

β) Ποια η πίεση λειτουργίας ώστε να είναι δυνατή η χρήση νερού ως ψυκτικού αν το νερό έχει ανώτερη επιτρεπτή θερμοκρασία εξόδου  $T_{C2} \leq 45^\circ \text{C}$  ;

Να θεωρηθεί ότι για να έχουμε καλή λειτουργία του συμπυκνωτήρα χρειάζεται θερμοκρασιακή διαφορά τουλάχιστον  $\Delta T = 10^\circ \text{C}$ .

**Λύση:**

Σύνοψη των δεδομένων:  $x_F = 0.5$   
(ισομοριακό μίγμα),  $q = 1$  (κορεσμένη τροφοδοσία),  $x_D = 0.95$ ,  $x_B = 0.05$ ,  $P = 1 \text{at}$ ,  
 $T_{C2} \leq 45^\circ \text{C}$ ,  $\Delta T = T_{DP} - T_{C2} = 10^\circ \text{C}$   
(τα κλάσματα δίνονται ως προς το πτητικότερο συστατικό -πεντάνιο- και  $T_{DP}$  = σημείο δρόσου).

Ζητούμενα:  $T_F$ ,  $T_V$ ,  $T_D$ ,  $T_B$ ,  $P$  για  $T_{C2}$ .

Θα στηριχτούμε από τις προφανείς σχέσεις  
 $\sum y_i = \sum k_i x_i = 1$  και  
 $\sum x_i = \sum y_i / k_i = 1$  (τα αθροίσματα των μοριακών κλασμάτων είναι ίσα με 1, εξ ορισμού).

Για το ερώτημα (α), για πίεση  $P = 1 \text{at}$  θα δοκιμάσουμε διάφορες θερμοκρασίες  $T$  και από το διάγραμμα De Priester (ή εν γένει δεδομένα ισορροπίας που μπορεί να υπάρχουν σε διάγραμμα, πίνακα ή υπό μορφή εξίσωσης) από τα υγρά κλάσματα  $x$  βρίσκουμε τα αέρια κλάσματα  $y$  και ελέγχουμε για ποια θερμοκρασία ισχύει  $\sum y_i = 1$

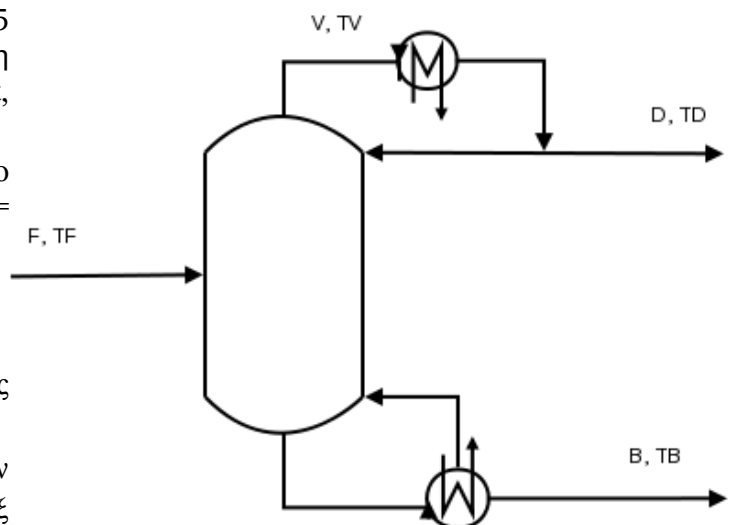
Για το ερώτημα (β), για θερμοκρασία  $T = T_{C2} + \Delta T$  δοκιμάζουμε διάφορες πιέσεις  $P$  και από το διάγραμμα De Priester (ή εν γένει δεδομένα ισορροπίας) βρίσκουμε μέσω των αερίων κλασμάτων  $y$  τα υγρά κλάσματα  $x$  και ελέγχουμε για ποια πίεση ισχύει  $\sum x_i = 1$

Αναλυτικότερα:

α) Θερμοκρασία τροφοδοσίας για ατμοσφαιρική πίεση.

Από το διάγραμμα De Priester υπολογίζουμε τις σταθερές ισορροπίας για το πεντάνιο και το εξάνιο,  $k_5$  και  $k_6$  αντίστοιχα. Δοκιμάζουμε διάφορες θερμοκρασίες. Για θερμοκρασία  $50^\circ \text{C}$  βρίσκουμε :

|      | $x_i$        | $k_i$ | $y_i = K_i x_i$   |
|------|--------------|-------|-------------------|
| n-C5 | 0.50         | 1.50  | $1.50 \times 0.5$ |
| n-C6 | 0.50         | 0.52  | $0.52 \times 0.5$ |
|      | $\sum y_i =$ |       | $1.01 \approx 1$  |



Άρα, η θερμοκρασία τροφοδοσίας είναι  $T_F \approx 50^\circ C$ .

#### Θερμοκρασία κορυφής (υγρού αποστάγματος)

Με ανάλογο τρόπο, δοκιμάζουμε διάφορες θερμοκρασίες και για θερμοκρασία  $37^\circ C$  βρίσκουμε

|      | $x_i$        | $k_i$ | $y_i = K_i x_i$    |
|------|--------------|-------|--------------------|
| n-C5 | 0.95         | 1.05  | $1.05 \times 0.95$ |
| n-C6 | 0.05         | 0.34  | $0.34 \times 0.05$ |
|      | $\sum y_i =$ |       | $1.014 \approx 1$  |

Άρα, η θερμοκρασία του υγρού αποστάγματος είναι  $T_D \approx 37^\circ C$ .

#### Θερμοκρασία κορυφής (ατμού)

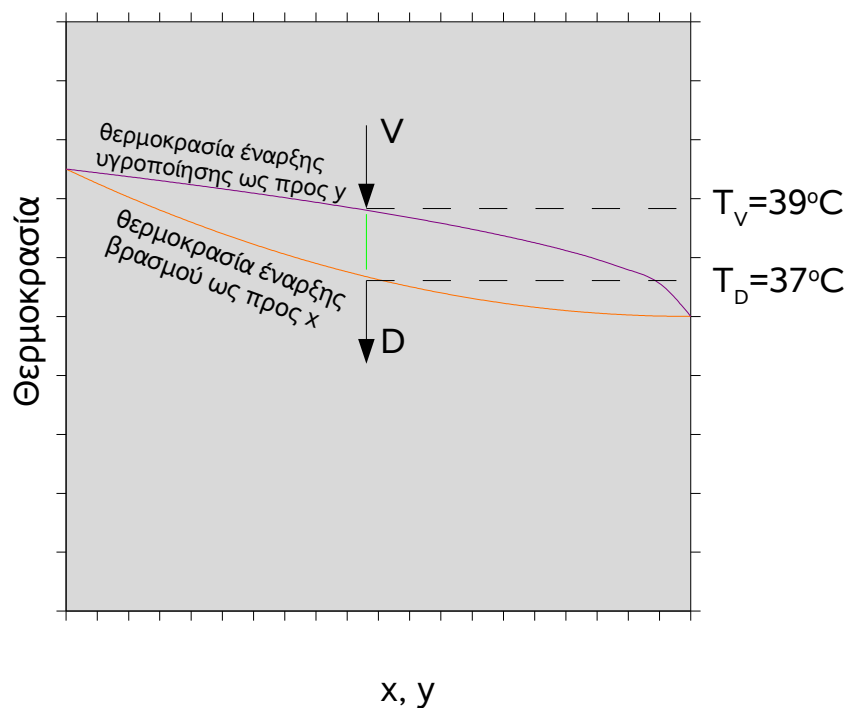
Εδώ, επειδή έχω να κάνω με ατμό, τα κλάσματα είναι τα  $y$  και πρέπει να βρω τα αντίστοιχα  $x$  που δίνουν άθροισμα ίσο με τη μονάδα. Για θερμοκρασία  $39^\circ C$  βρίσκω:

|      | $y_i$        | $k_i$ | $x_i = y_i / k_i$ |
|------|--------------|-------|-------------------|
| n-C5 | 0.95         | 1.10  | $0.95 / 1.10$     |
| n-C6 | 0.05         | 0.35  | $0.05 / 0.34$     |
|      | $\sum x_i =$ |       | $1.005 \approx 1$ |

Άρα, η θερμοκρασία του ατμού είναι  $T_V \approx 39^\circ C$ .

Να σημειωθεί ότι οι δύο θερμοκρασίες  $T_V$  και  $T_D$  διαφέρουν επειδή έχουμε μίγμα και όχι καθαρό συστατικό (αν είχαμε καθαρή ουσία, τότε θα μπορούσαμε να έχουμε συμπύκνωση του κορεσμένου ατμού σε σταθερή θερμοκρασία).

Η μεταβολή που συμβαίνει στο μίγμα απεικονίζεται στο διπλανό διάγραμμα θερμοκρασίας – συστάσεων (οι κλίμακες δεν είναι σωστές γιατί το διάγραμμα έγινε μόνο για λόγους επίδειξης των βασικών εννοιών). Τα σημεία που αποτελούν την πράσινη γραμμή αντιπροσωπεύουν συνύπαρξη ατμού και υγρού. Πάνω από την καμπύλη της ΘΕΥ έχουμε μόνο ατμό, ενώ κάτω από την καμπύλη της ΘΕΒ έχουμε μόνο υγρό.



### Θερμοκρασία πυθμένα

Με ανάλογο τρόπο, δοκιμάζουμε διάφορες θερμοκρασίες και για θερμοκρασία  $70^{\circ}\text{C}$  βρίσκουμε

|      | $x_i$        | $k_i$ | $y_i = K_i x_i$    |
|------|--------------|-------|--------------------|
| n-C5 | 0.05         | 2.60  | $0.05 \times 2.60$ |
| n-C6 | 0.95         | 1.00  | $0.95 \times 1.00$ |
|      | $\sum y_i =$ |       | $1.08 \approx 1$   |

Άρα, η θερμοκρασία του υπολείμματος είναι  $T_B \approx 70^{\circ}\text{C}$ .

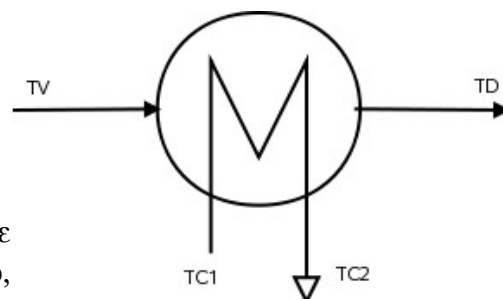
### β) Νέα πίεση λειτουργίας

Με αναφορά στο διπλανό σχήμα:

$$\Delta T = T_{\text{DP}} - T_{\text{C}2} = 10^{\circ}\text{C} \Rightarrow$$

$$T_V = 55^{\circ}\text{C}$$

Για τη δεδομένη θερμοκρασία  $T_V \leq 55^{\circ}\text{C}$  δοκιμάζουμε διάφορες πιέσεις στο διάγραμμα De Priester για τον ατμό, ώστε να βρούμε  $\sum x_i = 1$ .



Για πίεση  $P = 2.2\text{at}$  βρίσκουμε:

|      | $y_i$        | $k_i$ | $x_i = y_i / k_i$ |
|------|--------------|-------|-------------------|
| n-C5 | 0.95         | 1.20  | $0.95 / 1.20$     |
| n-C6 | 0.05         | 0.42  | $0.05 / 0.42$     |
|      | $\sum x_i =$ |       | $0.911 \approx 1$ |

άρα, η στήλη θα λειτουργήσει σε πίεση περίπου 2.2 ατμοσφαιρών για να έχουμε τη δεδομένη θερμοκρασία του νερού ψύξης.

## **Πρόβλημα 5**

### **Θερμικό φορτίο συμπυκνωτήρα και αναβραστήρα**

Δυαδικό μίγμα A/B 40% mol A, εισάγεται με παροχή  $F = 0.1\text{ kmol/s}$  στο σημείο βρασμού του σε αποστακτική στήλη που λειτουργεί σε ατμοσφαιρική πίεση. Οι συστάσεις εξόδου είναι 95% A για το απόσταγμα και 5% A για το υπόλειμμα. Ο λόγος αναρροής είναι  $R = 3$ .

Ζητούνται: θερμικό φορτίο συμπυκνωτήρα ( $q_C$ ) και αναβραστήρα ( $q_R$ ).

Οι ενθαλπίες των ρευμάτων είναι (σε  $\text{kJ/mol}$ )  $H_F = 10300$ ,  $H_D = 3340$ ,  $H_B = 14700$  και η θερμοκρασία εξάτμισης του μίγματος στη θερμοκρασία κορυφής είναι  $\Delta H_D^v = 27000$ .

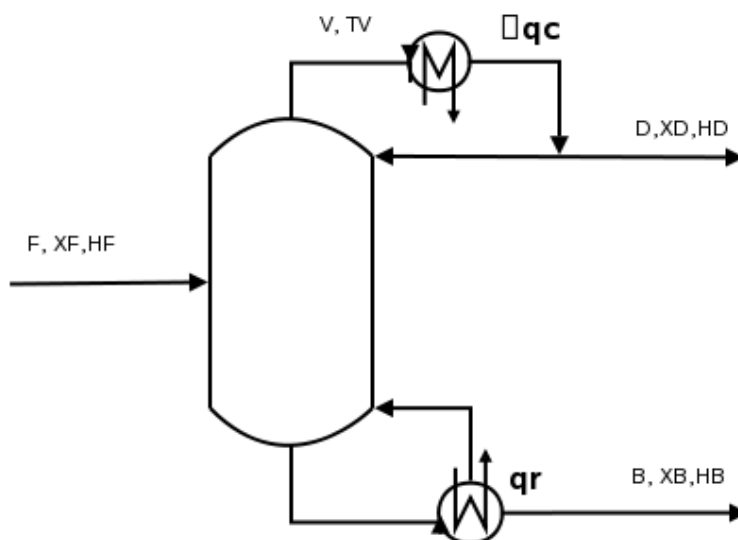
### **Λύση:**

Σύνοψη των δεδομένων:  $x_F = 0.4$ ,  $x_D = 0.95$ ,  $x_B = 0.05$ ,  $F = 0.1\text{ kmol/s}$ ,  $R = 3$ ,  $T_F = T_{\text{BP}} (\Theta_{\text{EB}})$ ,  $H_F = 10300$ ,  $H_D = 3340$ ,  $H_B = 14700$ ,  $\Delta H_D^v = 27000$  (όλα σε  $\text{kJ/mol}$ ),  $P = 1\text{at}$ .

Ζητούμενα:  $q_C$ ,  $q_R$ .



Για τη λύση του προβλήματος αρχίζουμε με ισοζύγιο μάζας (ολικό και συστατικών) και υπολογίζουμε τα D, V και B. Από ισοζύγια μάζας και ενθαλπίας στο συμπυκνωτήρα βρίσκουμε το θερμικό του φορτίο,  $q_c$  και με τη βοήθειά του, από ισοζύγια μάζας και ενθαλπίας στον αναβραστήρα βρίσκουμε και το δικό του θερμικό φορτίο,  $q_r$ .



Ολικό ισοζύγιο για όλη τη στήλη:

$$F = B + D$$

Ισοζύγιο του A για όλη τη στήλη:

$$x_F F = x_D D + x_B B$$

Επομένως  $x_F F = x_D D + x_B (F - D)$  από το οποίο βρίσκουμε:

$$D = F \frac{x_F - x_B}{x_D - x_B} = 0.1 \times \frac{0.4 - 0.05}{0.95 - 0.005} = 0.039$$

άρα,  $D = 0.039 \text{ kmol / s}$

Με ανάλογο τρόπο για το B βρίσκουμε:  $B = F \frac{x_D - x_F}{x_D - x_B} = 0.1 \times \frac{0.95 - 0.4}{0.95 - 0.005} = 0.061$

άρα,  $D = 0.061 \text{ kmol / s}$

Ισοζύγιο για το προϊόν κορυφής:  $V = D + L$

Λόγος αναρροής:  $R = \frac{L}{D} \Rightarrow L = RD$

Από τις δύο παραπάνω σχέσεις προκύπτει  $V = D(R + 1) = 4 \times 0.039 = 0.156$

άρα,  $V = 0.156 \text{ kmol / s}$

Καταστρώνουμε τα ισοζύγια για τον συμπυκνωτήρα:

Ισοζύγιο μάζας:  $V = L + D$

Ισοζύγιο θερμότητας:  $V H_V = D H_D + L H_L + q_c$

Τα  $H_V$  και  $H_C$  είναι άγνωστα, αλλά:

- υποθέσαμε κορεσμένο υγρό (όχι περαιτέρω μεταβολή θερμοκρασίας υγρού κατά τη συμπύκνωση)
- τα υγρά L και το D προέρχονται από το ίδιο συμπυκνωμένο ρεύμα που εξέρχεται από το συμπυκνωτήρα, άρα  $H_L = H_D$
- τότε, το  $H_V$  διαφέρει από το  $H_D$  κατά  $\Delta H_D$  (η ενθαλπία του ατμού είναι η ενθαλπία του κορεσμένου υγρού συν τη θερμότητα εξάτμισης).

Τότε, μπορούμε να ξαναγράψουμε το ισοζύγιο θερμότητας ως εξής:

$$q_C = V H_D - D H_D - L H_D = V H_D - (D+L) H_D = V H_D - V H_V = V \Delta H_V$$

από όπου βρίσκουμε ότι ο συμπυκνωτήρας απομακρύνει θερμότητα με ρυθμό

$$q_C = 0.156 \times 27000 = 3691 \text{ kW}$$

Τώρα, αν καταστρώσουμε ένα ισοζύγιο θερμότητας για όλη τη στήλη (ώστε να έχουμε μόνο γνωστά ρεύματα), έχουμε τα εξής:

“Είσοδοι” θερμότητας:  $q_R$  (ζητούμενο φορτίο αναφραστήρα),  $F H_F$

“Εξοδοι” θερμότητας:  $D H_D$ ,  $B H_B$ ,  $q_C$

Άρα έχουμε το εξής γενικό ισοζύγιο:

$$q_R + F H_F = D H_D + B H_B + q_C$$

από όπου εύκολα λύνουμε ως προς  $q_R$  και με απλή αντικατάσταση των γνωστών ποσοτήτων βρίσκουμε:

$$q_R = 3680 \text{ kW}$$

**Στα επόμενα προβλήματα, καλείστε να σχεδιάσετε τα απαραίτητα διαγράμματα (καμπύλες ισορροπίας, γραμμές λειτουργίας κλπ) σύμφωνα με την περιγραφόμενη λύση.**

## Πρόβλημα 6

**Απαιτούμενο νερό ψύξης στο συμπυκνωτήρα και ατμός θέρμανσης στον αναβραστήρα**

Στήλη κλασματικής απόσταξης τροφοδοτείται με 10000 kg/h μίγματος βενζολίου/τολουολίου περιεκτικότητας 40% κατά βάρος σε βενζόλιο (B). Το απόσταγμα έχει σύσταση 96% B και το υπόλειμμα 98% σε τολουόλιο (T), κατά βάρος. Η τροφοδοσία είναι κορεσμένο υγρό, η πίεση λειτουργίας 1 at και ο λόγος αναρροής είναι  $R = 1.1 \text{ Rmin}$ . Η σχετική πτητικότητα είναι  $a_{B/T} = 2.5$  και η στήλη είναι εφοδιασμένη με ολικό συμπυκνωτήρα και συνήθη αναβραστήρα.

Ζητούνται:

α) παροχές αποστάγματος και υπολείμματος σε kmol/h

β) αριθμός δίσκων για βαθμό απόδοσης 0.7

γ) ποιος είναι ο (θεωρητικός) δίσκος εισαγωγής της τροφοδοσίας

δ) η απαιτούμενη ποσότητα νερού ψύξης ( $\text{m}^3/\text{h}$ ) αν αυτό θερμαίνεται κατά  $20^\circ\text{C}$ .

ε) Ποσότητα ατμού θέρμανσης, αν αυτός είναι κορεσμένος και σε πίεση 3 atm.

Δίνονται:

Η ισορροπία ατμού-υγρού περιγράφεται από την προσεγγιστική σχέση  $y = \frac{a_{A/B}}{1 + (a_{A/B} - 1)x}$

Θερμοφυσικά δεδομένα για το βενζόλιο, το τολουόλιο και τον ατμό:

Ενθαλπία εξάτμισης βενζολίου  $\Delta H_B^{\text{vap}} = 3069.3 \text{ kJ/kmol}$

Σημείο βρασμού βενζολίου  $T_B^b = 80.1^\circ\text{C}$

Ενθαλπία εξάτμισης τολουολίου  $\Delta H_T^{\text{vap}} = 33379.8 \text{ kJ/kmol}$

Σημείο βρασμού τολουολίου  $T_T^b = 110.6^\circ\text{C}$

Ενθαλπία συμπύκνωσης ατμού  $\Delta H_S^{\text{con}} = 2161.6 \text{ kJ/kmol}$

**Λύση:**

Σύνοψη δεδομένων και αγνώστων:

F = 10000 kg.h 40% (B) κ.β.

D = ??? 96% (B) κ.β.

B = ??? 98% (T) κ.β.

q = 1 (κορεσμένο υγρό τροφοδοσίας)

R = 1.1R<sub>min</sub> = ???

P = 1at, a<sub>B/T</sub> = 2.5

E = 0.7

T<sub>c2</sub> - T<sub>c1</sub> = 20oC, P<sub>s</sub> = 3at

|   | MB    | T <sub>BP</sub> (°C) | ΔH <sup>v</sup> (kJ/kmol) |
|---|-------|----------------------|---------------------------|
| B | 78.11 | 80.1                 | 30693.4                   |
| T | 92.13 | 110.6                | 3379.8                    |

Συνοπτική περιγραφή λύσης:

α) Πριν από όλα τα άλλα, μετατρέπω τα κλάσματα βάρους σε μοριακά, αφού οι άγνωστες παροχές ζητούνται σε kmol και τα θερμοφυσικά δεδομένα δίνονται επίσης σε kJ/kmol. Μετά κάνω ισοζύγια μάζας για όλη τη στήλη

β-γ) Κάνω το διάγραμμα ισορροπίας με τη βοήθεια της δεδομένης σχέσης, από τα δεδομένα για q (θερμική κατάσταση τροφοδοσίας) και R βρίσκω τις κλίσεις των γραμμών λειτουργίας και γραφικά βρίσκω τον αριθμό βαθμίδων και τη βαθμίδα εισαγωγής τροφοδοσίας. Επίσης, από το βαθμό απόδοσης βρίσκω και τις πραγματικές βαθμίδες

δ) Κάνω ολικά ισοζύγια θερμότητας και μάζας στο συμπυκνωτήρα.

ε) Ομοίως για τον αναβραστήρα.

Αναλυτικότερα:

$$\alpha) \quad x_F = \frac{\frac{40}{78.11}}{\frac{40}{78.11} + \frac{60}{92.13}} = 0.44, \quad x_D = \frac{\frac{96}{78.11}}{\frac{96}{78.11} + \frac{4}{92.13}} = 0.966, \quad x_B = \frac{\frac{2}{78.11}}{\frac{2}{78.11} + \frac{98}{92.13}} = 0.023$$

Μέσο Μοριακό Βάρος τροφοδοσίας MB<sub>F</sub> = 0.44 X 78.11 + (1-0.44) X 92.13 = 86

F = 10000 / MB<sub>F</sub> = 10000 / 86 = 116.3 kmol/h

$$D = F \frac{x_F - x_B}{x_D - x_B} \quad (\text{βλ. πρόβλημα 5}), \quad \text{άρα} \quad D = 116.3 \frac{0.44 - 0.023}{0.966 - 0.023} = 51.4 \text{ kmol/h}$$

$$\text{Ομοίως, } B = F \frac{x_D - x_F}{x_D - x_B} \quad (\text{βλ. πρόβλημα 5}), \quad \text{άρα} \quad B = 116.3 \frac{0.966 - 0.44}{0.966 - 0.023} = 64.9 \text{ kmol/h}$$

β) Εδώ ακολουθούμε τα εξής βήματα:

β1) Από την προσεγγιστική σχέση που δίνεται στην εκφώνηση,  $y = \frac{2.5}{1 + 1.5x}$  κατασκευάζουμε την καμπύλη ισορροπίας για διάφορα σημεία

β2) Φέρουμε τη γραμμή-q κατακόρυφα από το σημείο x<sub>F</sub> = 0.44 (= μοριακό κλάσμα βενζολίου που βρήκαμε στο (α)), επειδή κορεσμένο υγρό τροφοδοσίας σημαίνει q = 1 και κλίση γραμμής-q = ∞.

β3) Ορίζουμε το σημείο A x<sub>D</sub> = 0.966 (= σύσταση αποστάγματος που βρήκαμε στο (α)) στην κύρια διαγώνιο y = x και το ενώνουμε με το σημείο T όπου τέμνονται η καμπύλη ισορροπίας με τη γραμμή -q. Η ευθεία που προκύπτει είναι η γραμμή λειτουργίας του τμήματος εμπλουτισμού για τον ελάχιστο λόγο αναρροής R<sub>min</sub> (= άπειρες βαθμίδες).

β4) Επειδή η παραπάνω γραμμή λειτουργίας υπακούει στη σχέση  $y = \frac{R}{R+1}x + \frac{x_D}{R+1}$ , αν

υπολογίσουμε την κλίση της  $\frac{R_{\min}}{R_{\min}+1}$  θα μπορέσουμε να βρούμε και το  $R_{\min}$ . Αλλά η κλίση της,

όπως προκύπτει από την κατασκευή της ευθείας είναι  $\frac{y(\text{σημείο A}) - y(\text{σημείο T})}{y(\text{σημείο A}) - y(\text{σημείο T})}$  και επειδή το σημείο A ορίστηκε στην κύρια διαγώνιο  $y = x$  για τη σύσταση του αποστάγματος και το σημείο T στην καμπύλη ισορροπίας για τη σύσταση τροφοδοσίας, τελικά για την κλίση θα ισχύει

$$\frac{R_{\min}}{R_{\min}+1} = \frac{x_D - y_T}{x_D - x_F} = \frac{0.966 - 0.66}{0.966 - 0.44} = 0.58 \quad (\text{η σύσταση } y_T \text{ μπορεί να υπολογιστεί είτε από τη}$$

γραφική παράσταση φέροντας την οριζόντιο από το σημείο T μέχρι τον άξονα των  $y$  είτε από τη σχέση που δόθηκε για την καμπύλη ισορροπίας) και από αυτά υπολογίζω  $R_{\min} = 1.39$ .

β5) Υπολογίζω τον πραγματικό λόγο αναρροής  $R = 1.1$   $R_{\min} = 1.53$

β6) Βρίσκω την *πραγματική* γραμμή λειτουργίας του άνω τμήματος (τη γραμμή λειτουργίας για τον *πραγματικό λόγο αναρροής*):

κλίση: 
$$\frac{R}{R+1} = \frac{1.53}{2.53} = 0.605$$

αποτέμνουσα: 
$$\frac{x_D}{R+1} = \frac{0.966}{1.53+1} = 0.382$$

β7) Από την άνω γραμμή λειτουργίας που μόλις προσδιορίσαμε, βρίσκουμε το σημείο τομής T' με τη γραμμή-q. Αλλά αυτό είναι υποχρεωτικά και σημείο της κάτω γραμμής λειτουργίας (του τμήματος εξάντλησης).

β8) Από το σημείο τομής T' και το σημείο B της κύριας διαγωνίου  $y = x$  για  $x = x_B = 0.023$ , ορίζουμε την κάτω γραμμή λειτουργίας.

β9) Τώρα έχουμε στη διάθεσή μας το διάγραμμα που μας επιτρέπει να βρούμε το θεωρητικό αριθμό βαθμίδων που προκύπτει ότι είναι  $N = 17$ .

β10) Οι πραγματικές βαθμίδες θα είναι ο δίσκος τροφοδοσίας + αριθμός που προκύπτει για τις υπόλοιπες βάσει του βαθμού απόδοσης.  $N_{\pi} = 1 + (N-1)/0.7 = 1 + 13/0.7 = 23$

γ) Από το διάγραμμα προκύπτει ότι θεωρητική βαθμίδα τροφοδοσίας = 8.

δ) Επειδή θερμικό φορτίο συμπυκνωτήρα = θερμότητα για τη συμπύκνωση αποστάγματος = θερμότητα για αύξηση θερμοκρασίας νερού, μπορούμε να γράψουμε:

$$\dot{q}_C = V(H_V - H_D) = V \Delta H_D^V \quad \text{και} \quad \dot{q}_C = m_C C_{P_w}(T_{C_2} - T_{C_1})$$

Επειδή το απόσταγμα έχει πολύ υψηλή περιεκτικότητα σε βενζόλιο, μπορούμε κατά προσέγγιση να χρησιμοποιήσουμε τις θερμοφυσικές ιδιότητες του βενζολίου, ενώ επίσης από το ισοζύγιο μάζας στον ολικό συμπυκνωτήρα έχουμε:  $V = L + D = RD + D = (R+1)D$ .

Από τα παραπάνω προκύπτει  $\dot{q}_C = 51.4 \times (1.53 + 1) \times 3069.34 = \dot{m}_C \times 4.184 \times 20$

$$\Rightarrow \dot{m}_C = 4775 \text{ m}^3/\text{h}$$

ε) Όσον αφορά τον αναβραστήρα, θεωρούμε ότι έχουμε κορεσμένο ατμό που συμπυκνώνεται εξ ολοκλήρου για να θερμάνει το υπόλειμμα που επιστρέφει ως ατμός στη στήλη. Τότε ισχύει

$$\dot{q}_R = \bar{V} \Delta H_T^{\text{vap}} = \dot{m}_S \Delta H_S^{\text{con}}.$$

Επειδή το υπόλειμμα έχει πολύ υψηλή περιεκτικότητα σε τολουόλιο, μπορούμε κατά προσέγγιση να χρησιμοποιήσουμε τις θερμοφυσικές ιδιότητες του τολουολίου, ενώ επίσης κάνουμε την

παραδοχή ότι  $\bar{V} = V$  οπότε παίρνουμε  $\dot{m}_S = \frac{130.04 \times 33379.8}{2161.6} \Rightarrow \dot{m}_S = 2008.1 \text{ kg/h}$

## Πρόβλημα 7

### Επίδραση θερμικής κατάστασης τροφοδοσίας στα θερμικά φορτία συμπυκνωτήρα και αναβραστήρα

Στήλη κλασματικής απόσταξης τροφοδοτείται με μίγμα σε υγρή κατάσταση, κατά 45%mol βενζόλιο και κατά 55%mol τολουόλιο. Το προϊόν κορυφής είναι κατά 90% B και το προϊόν πυθμένα είναι κατά 90% T. Ο λόγος αναρροής είναι  $R = 3$  και η στήλη λειτουργεί σε ατμοσφαιρική πίεση. Η θερμοκρασία τροφοδοσίας είναι  $48^\circ\text{C}$  και η παροχή  $100\text{ kmol/h}$ .

Ζητούνται:

- Οι θεωρητικές βαθμίδες και η βαθμίδα τροφοδοσίας
- Οι παροχές αποστάγματος D, υπολείμματος B, ατμών V,  $\bar{V}$ , υγρού L,  $\bar{L}$  σε  $\text{kmol/h}$  και ο ελάχιστος λόγος αναρροής  $R_{\min}$ .
- Τα θερμικά φορτία αναβραστήρα,  $\dot{q}_R$ , συμπυκνωτήρα,  $\dot{q}_C$ , σε  $\text{kW}$ , το απαιτούμενο νερό ψύξης θερμοκρασίας εισόδου  $15^\circ\text{C}$ , ώστε η έξοδος του να είναι  $37^\circ\text{C}$  κάτω από το προϊόν κορυφής στην έξοδο του συμπυκνωτήρα.
- Το θερμικό φορτίο του αναφραστήρα όταν η τροφοδοσία είναι: 1) κορεσμένο υγρό, 2) κορεσμένος ατμός 3) υπέρθερμος ατμός στους  $130^\circ\text{C}$ .

Δίνονται:

Μέσες θερμοφυσικές σταθερές στήλης:

Θερμότητας εξάτμισης  $\Delta H_S = 28000\text{ kJ/kmol}$

Ειδική θερμότητα υγρού  $CP_L = 154\text{ kJ/kmolK}$

Ειδική θερμότητα ατμού  $CP_V = 115\text{ kJ/kmolK}$

Ειδική θερμότητα νερού  $CP_W = 75.24\text{ kJ/kmolK}$

Δεδομένα ισορροπίας βενζολίου:

|                     |     |      |       |       |       |       |       |
|---------------------|-----|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $T, ^\circ\text{C}$ | 80. | 85   | 90.   | 95.   | 100.  | 105.  | 110.6 |
| x                   | 1.  | 0.78 | 0.581 | 0.411 | 0.258 | 0.13  | 0.    |
| Y                   | 1.  | 0.9  | 0.777 | 0.632 | 0.456 | 0.261 | 0.    |

### Λύση:

Συνοψίζουμε τα βήματα που θα ακολουθήσουμε

α) Υπολογίζουμε  $q$  από δεδομένα θερμότητας με τη βοήθεια των δεδομένων ισορροπίας. Κατασκευάζουμε τη γραμμή- $q$  και τη γραμμή λειτουργίας και από αυτά τα δεδομένα, το διάγραμμα McCabe-Thiele και βρίσκουμε βαθμίδες.

β) Ισοζύγια μάζας κατά τα γνωστά

γ) Ισοζύγιο θερμότητας και με τη βοήθεια των δεδομένων ισορροπίας για υπολογισμό θερμοκρασίας βρασμού.

δ) για υπέρθερμο ατμό  $q = -C_{PV} \frac{T_F - T_{DP,F}}{\Delta H_F}$ , για κορεσμένο υγρό  $q = 1$ , για κορεσμένο ατμό  $q = 0$ .

Προκύπτει μεταβολή μόνο στο  $\dot{q}_R$  (όσο πιο “κρύα” είναι η τροφοδοσία τόσο μεγαλώνει).

Αναλυτικότερα,

α) Για υπόψυκτη τροφοδοσία:  $q = \frac{\Delta H_F + C_{PL}(T_{BP,F} - T_F)}{\Delta H_F}$ , όπου  $T_{BP,F}$ , η θερμοκρασία βρασμού της τροφοδοσίας.

Από τα σημεία των δεδομένων ισορροπίας μπορούμε να κατασκευάσουμε το διάγραμμα θερμοκρασίας-σύστασης,  $T$ - $xy$ , από το οποίο βλέπουμε ότι για σύσταση  $X_F = 0.45$  έχουμε θερμοκρασία βρασμού  $T_{BP,F} = 93.5^\circ\text{C}$ , οπότε βρίσκουμε  $q = \frac{28000 + 115 \times (93.5 - 48)}{28000} = 1.25$ ,

άρα η κλίση της γραμμής θερμικής κατάστασης τροφοδοσίας είναι  $\frac{q}{q-1} = \frac{1.25}{1.25-1} = 5$ . Άρα, η γραμμή-q θα είναι της μορφής  $y = 5x + \beta$ , όπου το  $\beta$  είναι άγνωστο. Αλλά η σχέση αυτή θα ισχύει και για το σημείο τομής της κύριας διαγωνίου  $y = x$  στη σύσταση της τροφοδοσίας:  $x_F = 5x_F + \beta \Rightarrow \beta = -4x_F$ , οπότε τελικά βρίσκουμε για την εξίσωση της q-γραμμής:  $y = 5x - 1.8$

Η γραμμή λειτουργίας του άνω τμήματος θα διέρχεται από το σημείο  $(x_D, x_D)$  και θα έχει κλίση  $\frac{R}{R+1} = \frac{3}{4} = 0.75$ . Άρα, θα πρέπει να ισχύει  $x_D = 0.75 x_D + \beta \Rightarrow \beta = 0.25 x_D = 0.225$ .

Θα μπορούσαμε επίσης να πούμε ότι η αποτέμνουσα της γραμμής λειτουργίας είναι  $\frac{x_D}{R+1} = \frac{0.9}{3+1} = 0.225$

Έτσι, η γραμμή λειτουργίας του τμήματος εμπλουτισμού είναι  $y = 0.75x + 0.225$

Από το σημείο τομής των δύο γραμμών φέρουμε την ευθεία μέχρι το σημείο με συντεταγμένες  $(x_B, x_B)$  και έτσι ορίζουμε τη γραμμή λειτουργίας του τμήματος εξάντλησης.

Αν από τα δεδομένα ισορροπίας T-xy πάρουμε τα ζεύγη  $(x, y)$  έχουμε και την καμπύλη ισορροπίας.

Έχοντας στη διάθεσή μας την καμπύλη ισορροπίας και τις γραμμές λειτουργίας, μπορούμε να υπολογίσουμε γραφικά τις θεωρητικές βαθμίδες ( $N = 7$ ) και τη βαθμίδα εισαγωγής τροφοδοσίας ( $N_F = 3$ ).

β) Όπως έχουμε δει σε προηγούμενα προβλήματα, από ισοζύγιο μάζας για όλη τη στήλη προκύπτει ότι

$$D = F \frac{x_F - x_B}{x_D - x_B} = 100 \frac{0.45 - 0.1}{0.9 - 0.1} \Rightarrow \boxed{D = 43.75 \text{ kmol/h}}$$

και

$$B = F \frac{x_D - x_F}{x_D - x_B} = 100 \frac{0.9 - 0.45}{0.9 - 0.1} \Rightarrow \boxed{B = 56.25 \text{ kmol/h}}$$

Από τον ορισμό του λόγου αναρροής:  $L = RD = 3 \times 43.75 \Rightarrow \boxed{L = 131.25 \text{ kmol/h}}$

$V = L + D = RD + D = (R+1)D = 43.75 \times (3 + 1) \Rightarrow \boxed{V = 175 \text{ kmol/h}}$

Για να υπολογίσουμε τα  $\bar{V}$ ,  $\bar{L}$  θα λάβουμε υπ' όψιν το ποσοστό ατμού στην τροφοδοσία,  $F(q-1)$  και το αντίστοιχο ποσοστό υγρού,  $Fq$ . Τότε ισχύει:

$$\bar{V} = V + F(q-1) = 175 + 100 \times (1.25 - 1) \Rightarrow \boxed{\bar{V} = 200 \text{ kmol/h}}$$

$$\bar{L} = L + qF = 131.25 + 1.25 \times 100 \Rightarrow \boxed{\bar{L} = 251.25 \text{ kmol/h}}$$

Όσον αφορά τον ελάχιστο λόγο αναρροής, η αντίστοιχη γραμμή λειτουργίας θα τέμνει τη γραμμή θερμικής κατάστασης τροφοδοσίας πάνω στη γραμμή ισορροπίας, έστω στο σημείο T. Γραφικά, μπορούμε να βρούμε  $X_T \approx 0.51$  και  $Y_T \approx 0.72$ , οπότε θα ισχύει

$$\frac{R_{\min}}{R_{\min} + 1} = \frac{x_D - y_T}{x_D - x_T} = \frac{0.9 - 0.72}{0.9 - 0.51} \Rightarrow \boxed{R_{\min} = 0.85}$$

γ)  $\dot{q}_C = V(H_V - H_D) = V \Delta H_D = \frac{175 \times 28000}{3600} \Rightarrow \boxed{\dot{q}_C = 1361.1 \text{ kW}}$  (διαίρεσα με 3600 για να μετατρέψω τις μονάδες σε  $\text{kJ/s} = \text{kW}$ )

$$\dot{q}_R = \bar{V}(H_V - H_L) = \bar{V} \Delta H_B = \frac{200 \times 28000}{3600} \Rightarrow \boxed{\dot{q}_C = 1555.6 \text{ kW}}$$

Από τα δεδομένα θερμοκρασίας σύστασης, T-xy, αν παρασταθούν γραφικά, βρίσκουμε ότι για τη

σύσταση του αποστάγματος  $x_D = 0.9$ , προκύπτει θερμοκρασία βρασμού αποστάγματος  $T_{BP,D} = 82^\circ\text{C}$ . Τότε η σχέση μεταξύ του θερμικού φορτίου του συμπυκνωτήρα και της θερμότητας που ανταλλάσσει το νερό είναι:

$$\dot{m}_C C_{PW} (T_{C_2} - T_{C_1}) = \dot{q}_C \Rightarrow \dot{m}_C = \frac{1361.1}{(45-15) \times 4.18} \Rightarrow \boxed{\dot{m}_C = 10.8 \text{ kg/s}} \text{ ή περίπου } 39 \text{ m}^3/\text{h}, \text{ αν}$$

θεωρήσουμε πυκνότητα νερού ίση με τη μονάδα.

δ) Από τα δεδομένα θερμοκρασίας σύστασης, T-xy, αν παρασταθούν γραφικά, βρίσκουμε ότι για τη σύσταση της τροφοδοσίας  $x_B = 0.45$ , προκύπτει θερμοκρασία βρασμού τροφοδοσίας  $T_{BP,B} = 100^\circ\text{C}$ . Τότε βρίσκουμε:

$$q = -C_{PV} \frac{(T_F - T_{BP,F})}{\Delta H_F} = -\frac{115 \times (130 - 100)}{28000} \Rightarrow q = -0.2 \text{ (υπέρθερμος ατμός)}.$$

Συνοψίζουμε αποτελέσματα για διάφορες καταστάσεις θερμικής κατάστασης τροφοδοσίας στον παρακάτω πίνακα:

| Κατάσταση F      | q     | V (kmol/h) | q <sub>C</sub> (kW) | $\bar{V}$ (kmol/h)                   | q <sub>R</sub> (kW) |
|------------------|-------|------------|---------------------|--------------------------------------|---------------------|
| κορεσμένο υγρό   | 1     | 175        | 1361.1              | $\bar{V} = V = 175$                  | 1361.1              |
| κορεσμένος ατμός | 0     | 175        | 1361.1              | $\bar{V} = 175 + (0-1) 100 = 75$     | 583.3               |
| υπέρθερμος ατμός | -0.12 | 175        | 1361.1              | $\bar{V} = 175 + (-0.12-1) 100 = 63$ | 490                 |

Παρατηρούμε ότι το φορτίο του συμπυκνωτήρα, q<sub>C</sub>, είναι σταθερό ενώ το φορτίο του αναβραστήρα, q<sub>R</sub>, μεγαλώνει όσο πιο ψυχρή είναι η τροφοδοσία, επειδή πρέπει να δώσει περισσότερη θερμότητα για να παραχθεί ατμός που θα ανακυκλοφορεί από τον πυθμένα της στήλης.

## Πρόβλημα 8

### Μέθοδος Fenske – Underwood – Gilliland

Μίγμα σύστασης 20%mol σε μετα-ξυλένιο (m) και 80%mol σε ορθοξυλένιο (o) τροφοδοτείται ως κορεσμένο υγρό σε στήλη κλασματικής απόσταξης συνεχούς λειτουργίας, σε ατμοσφαιρική πίεση και για λόγο αναρροής  $R = 1.5R_{min}$ . Το απόσταγμα έχει σύσταση 95% m και το απόσταγμα 5% m. Ζητείται ο αριθμός θεωρητικών βαθμίδων.

Δεδομένα τάσεων ατμών καθαρών συστατικών στην ισορροπία:

|           |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| T, °C     | 95  | 97  | 100 | ... | 140 | 142 | 144 | 145 |
| P° (mmHg) | 200 | 220 | 250 | ... | 760 | 802 | 850 | 886 |
| P° (mmHg) | 170 | 182 | 200 | ... | 670 | 700 | 740 | 760 |

### Λύση

Από τις τιμές όπου η τάση ατμών κάθε συστατικού γίνεται ίση με την ατμοσφαιρική πίεση (= σημείο βρασμού) καθορίζω και το εύρος θερμοκρασιών που με ενδιαφέρει, γιατί ο διαχωρισμός απαιτεί το ένα συστατικό να είναι πάνω από το σημείο ζέσεώς του ενώ το άλλο κάτω από το δικό του σημείο ζέσεως. Για το εύρος αυτό, καθορίζω και τη σχετική πτητικότητα  $a_{m/o} = P_m^o/P_o^o$  όπως φαίνεται στον επόμενο πίνακα:

|           |     |     |     |     |       |      |       |       |
|-----------|-----|-----|-----|-----|-------|------|-------|-------|
| T, °C     | 95  | 97  | 100 | ... | 140   | 142  | 144   | 145   |
| P° (mmHg) | 200 | 220 | 250 | ... | 760   | 802  | 850   | 886   |
| P° (mmHg) | 170 | 182 | 200 | ... | 670   | 700  | 740   | 760   |
| $a_{m/o}$ |     |     |     | ... | 1.134 | 1.14 | 1.149 | 1.158 |

Παρατηρώ ότι η μέση σχετική πτητικότητα  $\bar{a}_{m/o}$ , είναι περίπου 1.15 δηλαδή πολύ κοντά στη μονάδα, που σημαίνει ότι είναι δύσκολος διαχωρισμός (αυτό άλλωστε φαίνεται και από το ότι τα σημεία ζέσεως 140 και 145, των δύο συστατικών, είναι πολύ κοντά μεταξύ τους). Λόγω του δύσκολου διαχωρισμού και των λίγων δεδομένων (μόνο 4 σημεία για το εύρος μεταξύ των δύο σημείων ζέσεως), η γραφική λύση δεν ενδείκνυται. Θα καταφύγουμε στις εξισώσεις Fenske-Underwood και το διάγραμμα Gilliland\*.

Η εξίσωση Fenske για πλήρη αναρροή, μας δίνει τον ελάχιστο αριθμό βαθμίδων ως συνάρτηση των συστάσεων υπολείμματος-αποστάγματος και της μέσης σχετικής πτητικότητας:

$$N_{\min} = \frac{\log \frac{x_D}{1-x_D} + \log \frac{1-x_B}{x_B}}{\log \bar{a}_{m/o}} = \frac{\log \frac{0.95}{1-0.95} + \log \frac{1-0.05}{0.05}}{\log 1.15} = 42.12$$

Οι εξισώσεις Underwood συσχετίζουν τον ελάχιστο λόγο αναρροής  $R_{\min}$  με τις συστάσεις τροφοδοσίας και αποστάγματος, τη μέση σχετική πτητικότητα και τη θερμική κατάσταση της τροφοδοσίας (στην προκειμένη περίπτωση,  $q = 1$ ), μέσω μιας προσδιοριστέας παραμέτρου  $\Theta$ .

Underwood (1):

$$\frac{\bar{a}_{m/o} x_F}{\bar{a}_{m/o} - \Theta} + \frac{1-x_F}{1-\Theta} = 1-q \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1.15 \times 0.2}{1.15 - \Theta} + \frac{1-0.2}{1-\Theta} = 0 \Rightarrow \Theta = 0.67$$

Underwood (2):

$$R_{\min} + 1 = \frac{\bar{a}_{m/o} x_D}{\bar{a}_{m/o} - \Theta} + \frac{1-x_D}{1-\Theta} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1.15 \times 0.95}{1.15 - 1.11} + \frac{1-0.95}{1-1.11} - 1 = R_{\min} \Rightarrow R_{\min} = 1.43$$

Το διάγραμμα Gilliland συσχετίζει τις ποσότητες  $\frac{R-R_{\min}}{R+1}$  και  $\frac{N-N_{\min}}{N+1}$ . Εν προκειμένω

βρίσκουμε  $\frac{R-R_{\min}}{R+1} = \frac{1.5 \times 1.43 - 1.43}{1.5 \times 1.43 + 1} = 0.227$ . Για το σημείο αυτό, το διάγραμμα Gilliland

δίνει  $\frac{N-N_{\min}}{N+1} = \frac{N-42.12}{N+1} \approx 0.39 \Rightarrow \boxed{N=69}$ .

---

\* βλ. σελ. 204 από το βιβλίο του μαθήματος