

Φυσικές Διεργασίες

Πέμπτη Διάλεξη

Δευτέρα, 12 Μαΐου 2008

Απορρόφηση αερίων

1. Ορισμός

Τι είναι απορρόφηση; Είναι μεταφορά μέσω της διεπιφάνειας αερίου-υγρού ενός συστατικού από αέριο μίγμα σε έναν υγρό διαλύτη όπου το συστατικό αυτό είναι ευδιάλυτο. Ειδικότερα από τη σκοπιά της βιομηχανίας είναι η διεργασία διαχωρισμού που εκμεταλλεύεται τη σημαντική διαφορά διαλυτότητας μεταξύ δύο ή περισσότερων συστατικών ενός αερίου μίγματος για να τα διαχωρίσει με τη βοήθεια ενός υγρού διαλύτη.

Εκρόφηση

Συμπληρωματική της απορρόφησης είναι η εκρόφηση που από μοριακή σκοπιά είναι η ακριβώς αντίστροφη διαδικασία, δηλαδή τα μόρια ενός διαλυμένου αερίου μεταβαίνουν στην αέρια φάση.

2. Απορρόφηση και διάλυση

2.1 Ο νόμος του Henry και τα όριά του

Όσο αυξάνουμε την πίεση ενός αερίου A πάνω από ένα διάλυμα αυτού σε ένα διαλύτη S, τόσο θα αυξάνεται και το ποσοστό των μορίων του αερίου που εισέρχονται στο διάλυμα και κατά συνέπεια το μοριακό κλάσμα του, x , στο διάλυμα. Για μικρές πιέσεις, το x θα είναι και αυτό μικρό και θα αυξάνεται γραμμικά, ανάλογα με την πίεση. Δηλαδή μπορούμε να γράψουμε

$$P_A = H_A x_A$$

όπου x_A το μοριακό κλάσμα του συστατικού A που διαλύεται, H_A σταθερά αναλογίας και P_A η μερική πίεση του αερίου A πάνω από το διάλυμα. Πράγματι, όσο πιο μεγάλη η μερική πίεση, τόσο πιο πολλά μόρια του A υπάρχουν πάνω από το διάλυμα, τόσο πιο πολλά έρχονται σε επαφή με αυτό και τόσο πιο πολλά διαλύονται μέσα του. Αυτή η σχέση αναλογίας είναι ο *νόμος του Henry* και η σταθερά αναλογίας είναι η σταθερά του Henry. Αν τη συνδυάσουμε με το νόμο του Dalton που συνδέει τη μερική πίεση με το κλάσμα y της αέριας φάσης, παίρνουμε τη σχέση μεταξύ y και x

$$yP = H_A x \Rightarrow y = \frac{H_A}{P} x = m x$$

για δεδομένη ολική πίεση P . Γενικά, η σταθερά H_A έχει σταθερή τιμή για δεδομένη θερμοκρασία δεδομένο διαλύτη και δεδομένο αέριο (δηλαδή κάθε μίγμα αερίου/διαλύτη έχει διαφορετική σταθερά).

Η παραπάνω σχέση είναι πιο ακριβής για πολύ μικρά μοριακά κλάσματα. Γενικά, η πίεση που αντιστοιχεί σε μεγαλύτερο ποσοστό διαλυμένου αερίου δεν αυξάνεται γραμμικά με αυτό το ποσοστό. Η συγκεκριμένη συμπεριφορά ποικίλει από σύστημα σε σύστημα και εξαρτάται από τις διαμοριακές αλληλεπιδράσεις (κατά πόσον τα μόρια του αερίου έλκονται ή απωθούνται πιο πολύ μεταξύ τους ή με τα μόρια του διαλύτη). Εμείς θα εφαρμόζουμε τη γραμμική σχέση θεωρώντας ότι έχουμε μικρό ποσοστό αερίου που θέλουμε να απομακρύνουμε, όπως και συμβαίνει συχνά σε διεργασίες απορρόφησης.

2.2 προς το νόμο του Raoult

Τα παραπάνω ισχύουν για δεδομένο διάλυμα με δεδομένη σύσταση στο οποίο προσπαθούμε να εισάγουμε σταδιακά αέριο ξεκινώντας από κλάσμα $x = 0$ (καθαρό διαλύτη). Ας υποθέσουμε ότι ξεκινάμε αντίστροφα, δηλαδή έχουμε το συστατικό A σε υγρή κατάσταση και σε ισορροπία με ατμούς του ίδιου συστατικού. Τότε, η πίεση που επικρατεί είναι η τάση ατμών του καθαρού A, που συμβολίζουμε με $P_{0,A}$. Αν διαλυθούν μερικά μόρια διαλύτη S που έχει πολύ μικρή πτητικότητα, τότε το κλάσμα του A από 1 γίνεται x . Τότε, η τάση ατμών του A μεταβάλλεται ανάλογα με το x και γίνεται

$$P_A = P_{A,0} x_A$$

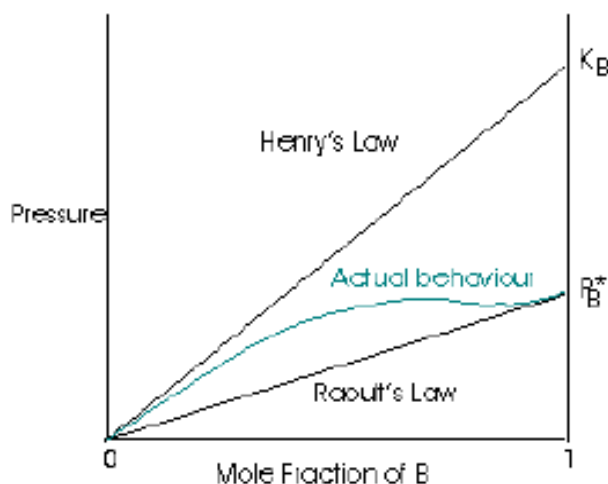
Σχηματικά, μπορούμε να πούμε ότι στην ισορροπία, όπου ο ρυθμός μορίων A που υγροποιούνται είναι ίσος με αυτό των μορίων που εξατμίζονται, έχουμε σταθερό ρυθμό εισόδου-εξόδου N. Αν τα μόρια εξέρχονται με μία μέση ταχύτητα $\bar{v}$, τότε τα μόρια $N\Delta t$ που εξατμίζονται σε χρόνο Δt είναι ανάλογα τόσο με την ελεύθερη επιφάνεια E όσο και με την ταχύτητα u, δηλαδή

$$E \bar{v} \Delta t = E \Delta l = \Delta V = \text{στοιχειώδης όγκος},$$

αλλά αυτός ο όγκος περιέχει $\rho_A \Delta V = x_A \rho \Delta V$ μόρια, όπου με ρ παριστάνουμε μοριακές ή αριθμητικές πυκνότητες, άρα $N = x_A \Delta V / \Delta t$, δηλαδή τα μόρια που εξατμίζονται είναι ανάλογα με το κλάσμα του A στο διάλυμα (και με το μέσο ρυθμό μεταβολής του όγκου που θα επερχόταν λόγω της εξάτμισης, αν δεν υπήρχε ισορροπία).

Θεωρώντας ότι είμαστε σε ισορροπία υγρής-αέριας φάσης, στον παραπάνω αριθμό αντιστοιχούν ακριβώς ίσα επανυγροποιούμενα μόρια τα οποία είναι ανάλογα του αριθμού των μορίων που προσπίπτουν στην επιφάνεια του υγρού. Αλλά, η τάση ατμών του αερίου είναι ακριβώς το αποτέλεσμα των μοριακών κρούσεων και είναι ευθέως ανάλογη του αριθμού τους, άρα, λόγω των παραπάνω και ανάλογη με το διαλυμένο μοριακό κλάσμα. Αυτό το αποτέλεσμα ισχύει για το συστατικό που υπερτερεί σε ένα αραιό διάλυμα (δηλαδή για τον διαλύτη στις περιπτώσεις που μας ενδιαφέρουν εδώ), αλλά το ίδιο θα είχαμε και πιο γενικά για διάφορες συστάσεις αν αέριο A και διάλυμα A-S συμπεριφέρονται ιδανικά γιατί τότε κάθε μόριο δεν καταλαβαίνει διαφορά ανάμεσα στο αν περιβάλλεται από όμοια ή διαφορετικά μόρια.

Προσοχή! Αν και οι νόμοι Henry και Raoult μοιάζουν στη μαθηματική τους έκφραση, η σταθερά H_A δεν ισούται γενικά με την τάση ατμών $P_{A,0}$!



2.3 Raoul ή Henry?

Στις περιπτώσεις α) του συστατικού που υπερτερεί ποσοτικά κατά πολύ β) ιδανικών διαλυμάτων όπου οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ μορίων A-A, S-S και A-S είναι περίπου ίδιες και αλληλοεξουδετερώνονται, λέμε ότι ισχύει ο νόμος του Raoult, δηλαδή το μοριακό κλάσμα είναι ανάλογο της τάσης ατμών. Αφού για κλάσμα ίσο με τη μονάδα, η πίεση είναι η τάση ατμών του καθαρού συστατικού, αυτή είναι και η σταθερά αναλογίας.

Αντίθετα, για τις περιπτώσεις α) του συστατικού που είναι σε μικρή ποσότητα β) μη ιδανικών διαλυμάτων, δεν ισχύει η παραπάνω σχέση. Ενδέχεται για μικρές συγκεντρώσεις να ισχύει σχέση αναλογίας μεταξύ τάσης ατμών και κλάσματος διαλυμένης ουσίας, αλλά η σταθερά της αναλογίας εν γένει θα είναι διαφορετική από την τάση ατμών της καθαρής ουσίας και θα διαφέρει από ουσία σε ουσία.

Πράγματι, αν τα μόρια του διαλυμένου αερίου έλκονται πιο ισχυρά μεταξύ τους και απωθούνται μάλλον παρά έλκονται από το διαλύτη, τότε η τάση τους να διαφύγουν δεν εξαρτάται μόνο από τον αριθμό τους αλλά ενισχύεται και από το είδος της αλληλεπίδρασης μεταξύ τους και με το διαλύτη. Αν πάλι, έλκονται πιο ισχυρά προς τα μόρια του διαλύτη παρά μεταξύ τους, τότε έχουμε μια ανάσχεση της τάσης να διαφύγουν σε σχέση με αυτή απ' ο,τι στο ιδανικό διάλυμα. Σχηματικά, μπορούμε να πούμε ότι η μέση ταχύτητα διαφυγής $\bar{v}$ (βλ. ενότητα 2.2) των μορίων του διαλυόμενου αερίου A είναι μεγαλύτερη στην πρώτη περίπτωση και μικρότερη στη δεύτερη

περίπτωση σε σχέση με την ταχύτητα διαφυγής των μορίων του διαλύτη.

Σε τέτοιες περιπτώσεις, βρισκόμαστε στην επικράτεια του νόμου του Henry, $P = HX$, όπου έχουμε μεν γραμμική σχέση αλλά με σταθερά αναλογίας που ποικίλει από σύστημα σε σύστημα, αλλά και ανάλογα με τη θερμοκρασία. Αν δεν ισχύει ούτε αυτή η περίπτωση τότε πρέπει να εμπιστευτούμε μάλλον τα πειραματικά αποτελέσματα καθεαυτά.

2.4 Διαλυτότητα

Όσο πιο μεγάλη η σταθερά H τόσο πιο μεγάλη πίεση πρέπει να ασκήσουμε για να πετύχουμε τη διάλυση ορισμένης ποσότητας αερίου. Γι' αυτό μπορούμε να ορίσουμε ότι το αντίστροφο της H είναι η διαλυτότητα. Δεν έχουν όλα τα αέρια την ίδια διαλυτότητα σε ένα διαλύτη, συνεπώς μπορούμε να εκμεταλλευτούμε αυτή τη διαφορά για να διαχωρίσουμε ένα μίγμα αερίων. Όπως, στην απόσταξη με τη διαφορά πτητικότητας επιτρέπουμε σε ένα συστατικό να μεταβεί στην αέρια φάση και να διαχωριστεί από το λιγότερο πτητικό, παρόμοια εδώ, ένα πιο ευδιάλυτο συστατικό (αέριο αλλά και υγρό από μίγμα υγρών που δεν είναι όλα αναμίξιμα με δεδομένο διαλύτη) μπορεί να μετακινηθεί προς το διαλύτη και να απομακρυνθεί μαζί του.

2.5 Ανάκτηση διαλυμένου αερίου, εκρόφηση, ο ρόλος της θερμοκρασίας

Για να ανακτήσουμε το ευδιάλυτο συστατικό και όχι απλώς να το απομακρύνουμε, πρέπει να βρούμε τρόπο να το διαχωρίσουμε από το διαλύτη, π.χ. αν είναι αέριο μπορούμε να θερμάνουμε το διάλυμα γιατί λόγω της αυξημένης κινητικότητας των μορίων η διαλυτότητα μειώνεται με την άνοδο της θερμοκρασίας, προκαλώντας *εκρόφηση* που είναι ακριβώς το αντίστροφο της απορρόφησης. Γι' αυτό τέτοιες διεργασίες όπως απορρόφηση αερίων και εκχύλιση που βασίζονται σε διαφορές διαλυτότητας και άρα απαιτούν την παρουσία ενός υλικού μέσου διαχωρισμού (έμμεσος διαχωρισμός), αποφεύγονται αν μπορούμε να κάνουμε άμεσο διαχωρισμό (βλ. απόσταξη). Εξαίρεση αποτελούν οι διεργασίες όπου το μέσο διαχωρισμού είναι υλικά όπως οργανικές ή ανόργανες μεμβράνες, με τις οποίες θα ασχοληθούμε αργότερα και όπου η ρόφηση από τη μία πλευρά της μεμβράνης συνοδεύεται από εκρόφηση από την άλλη.

2.6 Ιδιότητες του χρήσιμου διαλύτη

Το μέσον διαχωρισμού, δηλαδή ο διαλύτης, πρέπει να έχει ορισμένα χαρακτηριστικά για να είναι επαρκής, δηλαδή να επιτυγχάνει μεγάλη διαλυτότητα του αερίου που θα διαχωριστεί και να είναι κατάλληλος για βιομηχανική χρήση:

- να μοιάζει χημικώς με την απορροφούμενη ουσία (γιατί τότε είναι πιθανό ότι θα αναμιγνύονται ευκολότερα)
- να μην είναι πτητικός (γιατί θέλουμε να διαλύσουμε-υδροποιήσουμε το αέριο, όχι να χάσουμε και το διαλύτη! Αλλά και για λόγους ασφάλειας, υγιεινής, περιβαλλοντικούς)
- να μην είναι τοξικός
- να μην είναι διαβρωτικός
- να μην είναι αναφλέξιμος (προφανείς οι λόγοι για τα τρία τελευταία)
- να έχει χαμηλό κόστος (εννοείται!...)
- να έχει χαμηλό ιξώδες (για να διακινείται και να επιδέχεται χειρισμό πιο εύκολα).

Συνήθεις διαλύτες:

- νερό
- αμίνες
- διαλύτες αλκαλίων
- ορυκτέλαια

3. Αρχές που διέπουν τη λειτουργία των συσκευών απορρόφησης

3.1 Κύρια είδη συσκευών

Τόσο οι αποστακτικές στήλες που εξετάσαμε ως εδώ όσο και οι συσκευές απορρόφησης που θα δούμε στη συνέχεια μπορεί να υπάρχουν σε δύο μορφές

- με διακριτές βαθμίδες (βλ. πραγματικοί δίσκοι αποστακτικής στήλης)
- με πληρωτικό υλικό (κομμάτια λίγων εκατοστών από κεραμικό, πλαστικό, πορσελάνη ή άλλο ελαφρύ και ανθεκτικό υλικό με υψηλή διαβρεκτικότητα που γεμίζουν τη στήλη και

επιτρέπουν επαφή υγρού με αέριο σε μεγάλη ειδική επιφάνεια), οπότε δε μπορούμε να μιλάμε για πραγματικές βαθμίδες, ωστόσο η ανάλυση μπορεί να γίνει με τον ίδιο τρόπο δίνοντας ισοδύναμες θεωρητικές βαθμίδες δηλαδή αυτές που αν ήταν διακριτές και με απόδοση 100% θα επέτύγχαναν τον ίδιο διαχωρισμό.

Άλλα είδη συσκευών

Στην απορρόφηση υπάρχουν και άλλα είδη συσκευών όπως διασκόρπισης αερίου και διασκόρπισης υγρού (ψεκασμός, ώστε τα μικροσκοπικά σταγονίδια με τη μεγαλύτερη ειδική επιφάνεια να απορροφήσουν το αέριο πιο αποτελεσματικά).

3.2 Το παράδειγμα του πληρωτικού πύργου αντιρροής

Στη συνέχεια θεωρούμε έναν πύργο απορρόφησης με πληρωτικό υλικό που λειτουργεί κατ' αντιρροή, δηλαδή, όπως και στις αποστακτικές στήλες, το αέριο ανεβαίνει και το υγρό κατεβαίνει. Στην πορεία έρχονται σε επαφή και ένα μέρος του αερίου μίγματος διαλύεται στο υγρό και απομακρύνεται μαζί του. Θεωρούμε τον πυθμένα 1, την κορυφή 2 και μια διατομή 0 (Σχ. 1).

Το ισοζύγιο για όλο τον πύργο είναι:

$$G_1 + L_2 = G_2 + L_1 \quad (\text{ο,τι μπαίνει βγαίνει})$$

και για το διαλυτό συστατικό

$$G_1 y_1 + L_2 x_2 = G_2 y_2 + L_1 x_1$$

Επίσης, αν κάνουμε το ισοζύγιο μεταξύ της τυχούσας διατομής και του πυθμένα θα πάρουμε:

$$G_1 + L = G + L_1$$

και για το διαλυτό συστατικό

$$G_1 y_1 + L x = G y + L_1 x_1$$

από την τελευταία παίρνουμε:

$$y = (L/G) x + (G_1 y_1 - L_1 x_1) / G$$

Αυτή δεν είναι παρά η γραμμή λειτουργίας του πύργου.

3.3 Προσεγγίσεις για αραιά μίγματα

Τώρα, συμβαίνει συχνά να έχουμε μια πολύ μικρή ποσότητα κάποιου αερίου που ωστόσο πρέπει να απομακρυνθεί γιατί π.χ. μας είναι χρήσιμη ή είναι επιβλαβής κλπ, π.χ. αμμωνία στον ατμοσφαιρικό αέρα. Τότε, επίσης και ο διαλύτης διατίθεται σε πολύ μεγαλύτερη μάζα από το αέριο προς απομάκρυνση που μπορεί να θεωρηθεί ως αμελητέα ποσότητα, επομένως οι ροές των αερίων και των υγρών σχεδόν δεν αλλάζουν διαμέσου του πύργου, άρα

$$G_1 = G_2 = G \quad \text{και} \quad L_1 = L_2 = L$$

και τα ισοζύγια για τα διαλυτά συστατικά γίνονται:

$$G y_1 + L x_2 = G y_2 + L x_1$$

$$G y_1 + L x = G y + L x_1$$

$$y = (L/G) x + y_1 - L x_1 / G = (L/G) x + y_2 - L x_2 / G$$

Η παραπάνω σχέση για τη γραμμή λειτουργίας είναι **γραμμική** (οι συντελεστές είναι σταθεροί).

3.4 Χειρισμός πυκνών μιγμάτων υπό τον όρο αδιάλυτου φέροντος αερίου

Αν το μίγμα είναι πυκνό, τότε οι ροές των αερίων και υγρών ρευμάτων μεταβάλλονται, η παραπάνω προσέγγιση δεν ισχύει και η γραμμή λειτουργίας είναι εν γένει καμπύλη. Και πάλι, αν ισχύει ότι το φέρον αέριο δε διαλύεται στο διαλύτη, δηλαδή μεταφορά μάζας γίνεται μόνο για την ουσία που μας ενδιαφέρει να ανακτήσουμε από το αέριο μίγμα, τότε οι ροές του φέροντος αερίου και του διαλύτη παραμένουν σταθερές και μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αυτές ως βάση υπολογισμού αντί για τις συνολικές αέριες και υγρές ροές και να πάρουμε και πάλι μια γραμμική σχέση για τη γραμμή λειτουργίας. Για να το πετύχουμε αυτό χρησιμοποιούμε τροποποιημένη έκφραση για τα μοριακά κλάσματα ή κλάσματα βάρους της μεταφερόμενης ουσίας. Π.χ. για το υγρό σε τυχούσα διατομή, αν S είναι η ροή του διαλύτη, θα ισχύει

$$x L = X S = X (1 - x) L \Rightarrow X = x / (1 - x) \quad ,$$

παρομοίως δε, για το αέριο, το τροποποιημένο κλάσμα βρίσκεται $Y = y/(1-y)$.

Αν το φέρον ή αδρανές αέριο έχει ροή I , τότε η κλίση της τροποποιημένης γραμμής λειτουργίας θα είναι S/I , κατ' αναλογία προς εκείνη που βρήκαμε για το αραίο μίγμα.

3.5 Η περίπτωση της ομορροής

Τέλος, σημειώνουμε ότι αν αντί για αντιρροή θεωρήσουμε ομορροή, παίρνουμε παρόμοια έκφραση για τη γραμμή λειτουργίας μόνο που η κλίση της είναι αρνητική, $-L/G$, η δε “κίνηση” του συστήματος γίνεται από το πιο απομακρυσμένο σημείο της γραμμής λειτουργίας (που αντιπροσωπεύει την είσοδο της διεργασίας με το μεγαλύτερο y) προς το πιο κοντινό προς τη γραμμή ισορροπίας (που αντιπροσωπεύει και την έξοδο της διεργασίας).

$$G(y - y_1) = L(x_1 - x) \Rightarrow y = -Lx/G + Lx_1/G - y_1$$

Οι θεωρητικές βαθμίδες σε μια διεργασία αντιρροής ισοδυναμούν με διεργασίες ομορροής συνδεδεμένες σε σειρά.

3.6 Σχέση γραμμής λειτουργίας και γραμμής ισορροπίας

Η βασική αρχή λειτουργίας είναι και εδώ, όπως και στις αποστακτικές στήλες, η απόσταση από την ισορροπία στα πλαίσια των αρχικών συνθηκών (όσο πιο μεγάλη, τόσο μεγαλύτερη η κινητήρια δύναμη και τόσο πιο εύκολος ο διαχωρισμός) και η τάση για επαναφορά σε αυτή καθώς προχωρά η διεργασία.

Θέση της γ.λ. ως προς τη γ. ι.

Ποια η θέση της γραμμής λειτουργίας ως προς την καμπύλη της ισορροπίας; Στην απόσταξη είδαμε ότι η γραμμή ισορροπίας είναι πάνω από τη γραμμή λειτουργίας (εφόσον εκφραζόμαστε με όρους του πιο πτητικού συστατικού) επειδή στην ισορροπία για τις δεδομένες συνθήκες, το πτητικό συστατικό προτιμά να είναι στην αέρια φάση.

Στην απορρόφηση έχουμε το αντίστροφο, δηλαδή το μεταφερόμενο, διαλυτό συστατικό προτιμά να είναι στην υγρή φάση και επομένως για δεδομένο y έχουμε μεγαλύτερο x και ακόμη έχουμε x πιο μεγάλο από αυτό που υπάρχει στις συνθήκες κατά την επαφή αερίου-υγρού που αντιπροσωπεύονται από τη γραμμή λειτουργίας. Επομένως, η γραμμή ισορροπίας βρίσκεται **κάτω** από τη γραμμή λειτουργίας. Βρίσκεται όμως πάνω από αυτή, κατά τη συμπληρωματική και αντίστροφη διεργασία της εκρόφησης.

3.7 Εύρεση βαθμίδων (Σχήματα 2, 3)

Ο προσδιορισμός των βαθμίδων σε ένα πύργο απορρόφησης μπορεί να γίνει με τη μέθοδο McCabe-Thiele, όπως και με τις αποστάξεις, ξεκινώντας από την κορυφή της γραμμής (μεγαλύτερο y , είσοδος της διεργασίας). Αν ισχύει ο νόμος του Henry, τότε η γραμμή ισορροπίας είναι μια ευθεία, όπως και η γραμμή λειτουργίας και αυτό επιτρέπει ακόμη και τον αναλυτικό υπολογισμό των θεωρητικών βαθμίδων (Στο Σχ. 3 απεικονίζεται η περίπτωση για $N = 4$). Πιο συγκεκριμένα, αν θέσουμε $A = L/Gm$, $b = y_1 - Lx_1/G$, τότε η γραμμή λειτουργίας γράφεται απλά

$$y = Lx/G + b = mAx + b$$

και υπολογίζοντας διαδοχικά τις συστάσεις για κάθε βαθμίδα με τη βοήθεια των εξισώσεων λειτουργίας και ισορροπίας, $y = mx$, βρίσκουμε:

$$\begin{aligned} y_{N+1} &= \frac{L}{G}x_N + b = \frac{L}{G} \frac{y_N}{m} + b = A \left(\frac{L}{G}x_{N-1} + b \right) + b = A \left(\frac{L}{G} \frac{y_{N-1}}{m} + b \right) + b = A(Ay_{N-1} + b) + b = \\ &= A^2 y_{N-1} + Ab + b = \dots = A^N y_1 + b(A^{N-1} + A^{N-2} + \dots + A + 1) \\ &= A^N \left(\frac{L}{G}x_0 + b \right) + b(A^{N-1} + A^{N-2} + \dots + A + 1) \\ &= mA^{N+1}x_0 + b(A^N + A^{N-1} + A^{N-2} + \dots + A + 1) \\ &= mA^{N+1}x_0 + b \frac{A^{N+1} - 1}{A - 1} \end{aligned}$$

Την παραπάνω σχέση θέλουμε να τη λύσουμε ως προς κάποια δύναμη του A που περιέχει το N , κατά προτίμηση την A^{N+1} που υπάρχει ήδη, ώστε να πάρουμε μετά το N με τη βοήθεια λογαρίθμων.

Παρατηρούμε ότι αν αφαιρέσουμε κατά μέλη το mx_0 μπορούμε να πάρουμε μια παράσταση που παραγοντοποιείται:

$$\begin{aligned} y_{N+1} - mx_0 &= mA^{N+1}x_0 + b \frac{A^{N+1}-1}{A-1} - mx_0 \\ &= mA^{N+1}x_0 - mx_0 + b \frac{A^{N+1}-1}{A-1} = mx_0(A^{N+1}-1) + b \frac{A^{N+1}-1}{A-1} = (mx_0 + \frac{b}{A-1})(A^{N+1}-1) \end{aligned}$$

Εξ άλλου ισχύει ότι

$$y_1 = \frac{L}{G}x_0 + b = mA x_0 + b \Rightarrow b = y_1 - mA x_0$$

και από τις δύο παραπάνω εξισώσεις προκύπτει:

$$y_{N+1} - mx_0 = (mx_0 + \frac{y_1 - mA x_0}{A-1})(A^{N+1}-1) = \dots = \frac{y_1 - mx_0}{A-1}(A^{N+1}-1)$$

Εδώ έχουμε συνδυάσει γνωστές ποσότητες (m , $A = L/mG$, y_{N+1} , y_1 , x_0) με μια άγνωστη ποσότητα που είναι ο αριθμός των βαθμίδων N που εμφανίζεται ως δύναμη του A . Δεν έχουμε παρά να λύσουμε ως προς A^N και να λογαριθμήσουμε:

$$A^{N+1} = \frac{y_{N+1} - mx_0}{y_1 - mx_0}(A-1) + 1 \quad \text{ή} \quad A^N = \frac{y_{N+1} - mx_0}{y_1 - mx_0} \left(1 - \frac{1}{A}\right) + \frac{1}{A}$$

οπότε

$$N \log A = \log \left[\frac{y_{N+1} - mx_0}{y_1 - mx_0} \left(1 - \frac{1}{A}\right) + \frac{1}{A} \right] \quad \text{ή} \quad N = \frac{\log \left[\frac{y_{N+1} - mx_0}{y_1 - mx_0} \left(1 - \frac{1}{A}\right) + \frac{1}{A} \right]}{\log A}$$

Η παραπάνω εξίσωση (Colburn) δίνει τον αριθμό θεωρητικών βαθμίδων εφόσον ισχύει ο νόμος του Henry και οι ροές υγρού L και αερίου G μπορούν να θεωρηθούν με καλή προσέγγιση σταθερές διαμέσου της μονάδας απορρόφησης.

3.8 Η σημασία της κλίσης της γραμμής λειτουργίας. Ελάχιστη κλίση=>άπειρο ύψος πύργου

Από την άποψη του σχεδιασμού για μια κατ' αντιρροή διεργασία, συνήθως αυτά που δίνονται είναι

- η ροή του αερίου G ,
- η αρχική σύστασή του y_1 ,
- η επιθυμητή τελική σύστασή του y_2 και
- η αρχική σύσταση x_2 του υγρού,

ενώ άγνωστες είναι

- η απαιτούμενη ροή υγρού L για να επιτευχθεί η μεταβολή y_1 - y_2 και
- η τελική σύστασή του x_1 .

Ο λόγος L/G που είναι η κλίση της γραμμής λειτουργίας, έχει παρόμοια σημασία με το λόγο αναρροής στις αποστακτικές στήλες. Αν γίνει άπειρος (δηλαδή έχουμε τεράστια ποσότητα ροής υγρού), τότε έχουμε το ελάχιστο δυνατό ύψος πύργου (ελάχιστο πάγιο, αλλά μέγιστο λειτουργικό κόστος λόγω διακίνησης άπειρης μάζας υγρού). Επίσης, η γραμμή λειτουργίας είναι κατακόρυφη και η σύσταση του υγρού αμετάβλητη εκφράζοντας το ότι η μάζα του αερίου που διαλύεται είναι αμελητέα. Αντίθετα, αν η κλίση της γραμμής λειτουργίας αρχίζει και μικραίνει, κάποια στιγμή θα αγγίξει τη γραμμή ισορροπίας. Αυτή είναι η ελάχιστη δυνατή κλίση και αντιστοιχεί στο ελάχιστο απαιτούμενο διαλύτη και ελάχιστο λειτουργικό κόστος, αλλά συνεπάγεται άπειρες θεωρητικές βαθμίδες ή, ισοδύναμα, άπειρο ύψος στήλης.

Στην πράξη προτιμάται $(L/G)_{opt} = 1.5(L/G)_{min}$ που λίγο ως πολύ εξισορροπεί το πάγιο με το λειτουργικό κόστος.

3.9 Ο ρόλος της θερμότητας (II)

Όταν η απορρόφηση είναι εξώθερμη, δυσχεραίνεται η συνέχισή της (διαγραμματικά αυτό εκδηλώνεται με καμπύλωση της γραμμής ισορροπίας και μείωση της απόστασης από τη γραμμή λειτουργίας άρα και μείωση της κινητήριας δύναμης). Πράγματι, η αύξηση της θερμοκρασίας ευνοεί την επανεξάτμιση του διαλυμένου αερίου (εκρόφηση). Γι' αυτό στα πυκνά διαλύματα πρέπει να απάγεται η θερμότητα, ώστε να ισχύουν οι βέλτιστες συνθήκες.