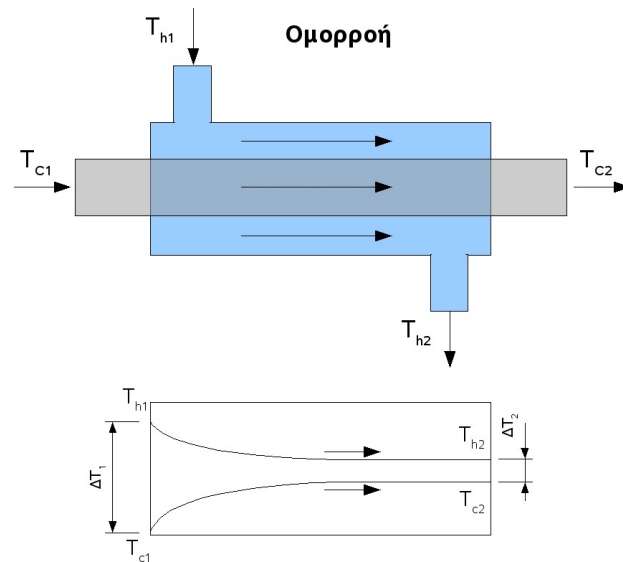
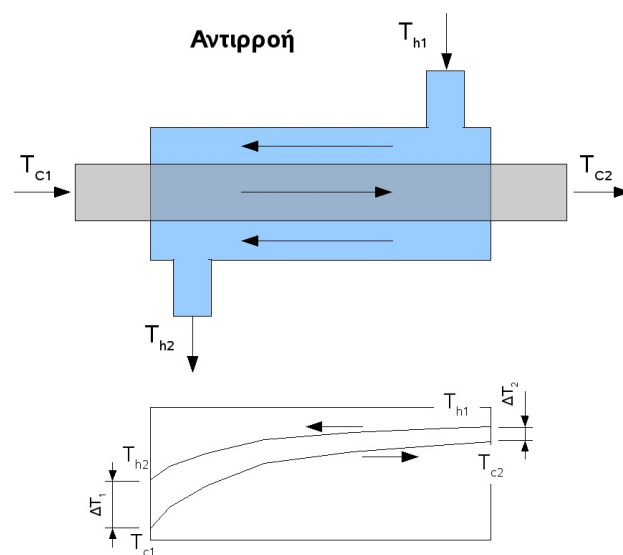


Εναλλαγή θερμότητας



Σχ. 4.1 (α) Διάταξη εναλλάκτη θερμότητας καθ' ομορροή (πάνω) και αντίστοιχο θερμοκρασιακό προφίλ (κάτω)



Σχ. 4.1 (β) Διάταξη εναλλάκτη θερμότητας καντ' αντιρροή (πάνω) και αντίστοιχο θερμοκρασιακό προφίλ (κάτω). Στην αντιρροή έχουμε καλύτερη εκμετάλλευση της διαφοράς θερμοκρασίας.

Σε εναλλάκτες πολλαπλών διαβάσεων έχουμε αναγκαστικά ομορροή/αντιρροή εναλλάξ κατά τμήματα. Αν η θερμοχωρητ. $C_p = \text{σταθ.}$ τότε οι καμπύλες στο θερμοκρ. προφίλ γίνονται ευθείες.

Μόνιμη κατάσταση

Μεταβολή ενθαλπίας χωρίς αλλαγή φάσης

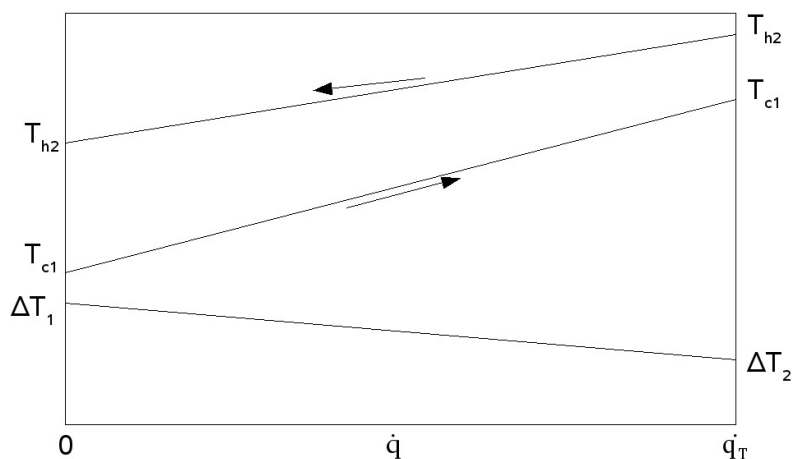
$$\dot{q} = \dot{m}(H_2 - H_1) = \dot{m} C_p (T_2 - T_1) \quad \dot{m} \text{ είναι ο ρυθμός ροής ρευστών}$$

Η δεύτερη ισότητα ισχύει αν $C_p = f(T) \sim \text{σταθερά για } T_1 < T < T_2$.

Μεταβολή ενθαλπίας με αλλαγή φάσης

$$\dot{q} = \dot{m}(\lambda + C_p(T_b - T_2)) \quad \lambda = \text{evaporation heat } \Delta H_v, \quad T_b = \text{θερμοκρασία ζέσεως}$$

Έστω U , $C_p = \text{σταθερά}$, ομορροή ή αντιρροή, τότε έχουμε ευθείες γραμμές στο διάγραμμα θερμοκρασίας T έναντι ανταλλασσόμενης θερμότητας q



Σχ. 4.2 Διάγραμμα T vs q για απλό εναλλάκτη κατ' αντιρροή. q_T είναι η συνολική θερμότητα που ανταλλάσσεται.

και ισχύει:

$$-\frac{d(\Delta T)}{d\dot{q}} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\dot{q}_t}, \quad \text{όπου } q_t \text{ η συνολική μεταφερόμενη θερμότητα.}$$

Κατά μήκος του εναλλάκτη, για διαφορική επιφάνεια

$$\frac{d\dot{q}}{dA} = U \Delta T$$

Συνδυασμός τους δίνει:

$$\frac{d(\Delta T)}{U \Delta T} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\dot{q}_t} dA$$

ολοκλήρωση για απαιτούμενη επιφάνεια εναλλαγής θεωρώντας σταθερό U , δίνει:

$$\dot{q}_t \ln(\Delta T_1 / \Delta T_2) = U (\Delta T_1 - \Delta T_2) A$$

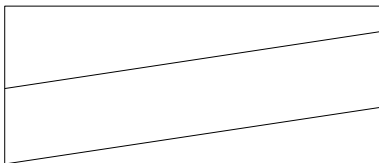
ή

$$\frac{\dot{q}}{A} = U \Delta T_L, \quad \Delta T_L = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1 / \Delta T_2)}$$

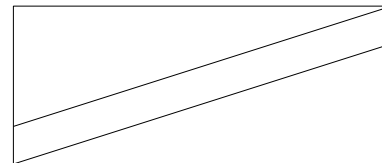
Μονάδες Μεταφοράς (Μήκος και Αριθμός)

Ας θεωρήσουμε εναλλάκτη όπου τα ρευστά έχουν ίσες θερμοχωρητικότητες $\dot{m} c_p$, π.χ. πρόκειται για το ίδιο ρευστό του οποίου το ένα ρεύμα είναι θερμότερο από το άλλο. Τότε, η κινητήρια δύναμη είναι ίδια κατά μήκος του εναλλάκτη, $\Delta T_L = \Delta T_f = T_h - T_c$, όπου τα T_c , T_h μεταβάλλονται κατά μήκος του εναλλάκτη – βλ. υποσημείωση*.

Θεωρούμε τότε τις δύο ακόλουθες περιπτώσεις:



(1)



(2)

Στους παραπάνω εναλλάκτες, όση θερμότητα χάνεται από το ένα ρευστό αποκτάται από το άλλο και η ροή θερμότητας γίνεται ομοιόμορφα δηλ. είναι ίδια κατά μήκος του εναλλάκτη. Έτσι, τα θερμοκρασιακά προφίλ είναι ευθείες γραμμές και λόγω της ίσης θερμοχωρητικότητας, αυτές είναι παράλληλες.

Περίπτωση 1: Μεταβολή θερμοκρασίας κάθε ρευστού = $T_{\text{δεξιά}} - T_{\text{αριστερά}} = \Delta T_1$, κινητήρια δύναμη = $T_h - T_c = \Delta T_{F1}$

Περίπτωση 2: Μεταβολή θερμοκρασίας κάθε ρευστού = $T_{\text{δεξιά}} - T_{\text{αριστερά}} = \Delta T_2$, κινητήρια δύναμη = $T_h - T_c = \Delta T_{F2}$

Αν και οι δύο εναλλάκτες έχουν ίδιο μήκος, τότε, ποιον από τους δύο θεωρούμε ως τον πιο αποτελεσματικό; Προφανώς τον (2) επειδή οδηγεί σε μεγαλύτερη μεταβολή της θερμοκρασίας των ρευστών σε σχέση με τη μεταξύ τους διαφορά και άρα ανταλλάσει περισσότερη θερμότητα στη μονάδα του χρόνου για δεδομένη αυτή τη μεταξύ τους διαφορά:

$$\dot{q}_1 = U_1 A_1 \Delta T_f = \dot{m} c_p \Delta T_1 < \dot{m} c_p \Delta T_2 = U_2 A_2 \Delta T_f = \dot{q}_2$$

Ένα μέτρο της αποτελεσματικότητας κατά την έννοια αυτή έχω αν πάρω ως «φυσική» μονάδα μέτρησης της μεταβολής της θερμοκρασίας, την κινητήρια δύναμη και δω πόσο πέφτει η θερμοκρασία, μετρημένη σε αυτές τις μονάδες, διαιρώντας τη συνολική ΔT κάθε ρευστού με τη ΔT_F . Αυτό το ονομάζω NTU – θα δούμε τι σημαίνει.

$$NTU = \Delta T / \Delta T_F$$

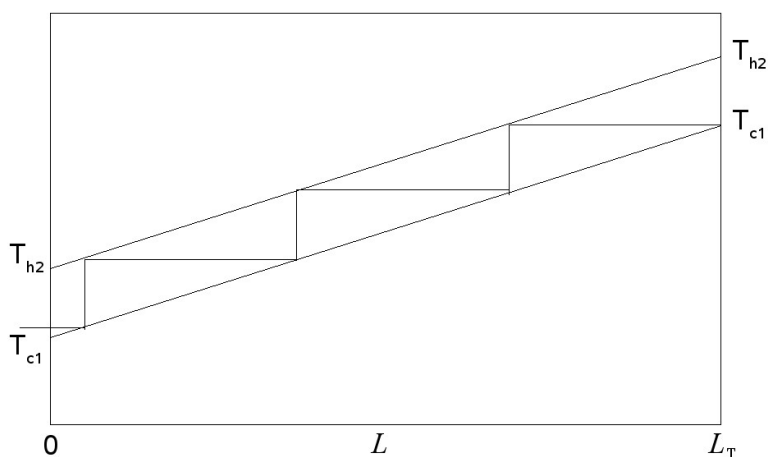
Αυτό μας λέει δηλαδή, κατά πόσες «μονάδες» ΔT_F μεταβλήθηκε η θερμοκρασία κάθε ρευστού και όσο πιο πολλές, τόσο πιο αποτελεσματική είναι αυτή η κινητήρια δύναμη στο συγκεκριμένο εναλλάκτη. Από τα σχήματα βλέπουμε ότι $NTU_1 < 1$, ενώ $NTU_2 \sim 4$ με 5 (πολύ πιο αποτελεσματικός ο 2 από τον 1).

Μπορούμε να υπολογίσουμε και γραφικά τη μεταβολή της θερμοκρασίας μετρημένη σε «μονάδες» της κινητήριας δύναμης:

Η μέθοδος συνίσταται στο ότι εκκινώ από το ένα άκρο, έστω δεξιά και φέρνω οριζόντια από το

* Χρησιμοποιήσαμε ΔT_F ως ισοδύναμη της LMTD, ΔT_L , γιατί η ΔT_F είναι σταθερή και μπορεί να αποδειχθεί πολύ εύκολα με θεώρημα de l' Hospital, ότι, αν π.χ. $\Delta T_{Fa} > \Delta T_{Fb}$ και μεταβάλλουμε τη ΔT_{Fa} κρατώντας τη ΔT_{Fb} σταθερή, η LMTD τείνει στην ΔT_{Fb} .

ακραίο σημείο του ψυχρού ρεύματος, T_{cb} , μέχρι να συναντήσω το θερμό ρεύμα, οπότε στο σημείο τομής, αυτό έχει ίδια θερμοκρασία με το ακραίο σημείο του ψυχρού, $T_{hb}-\Delta T_F$, άρα έχω πτώση θερμοκρασίας κατά ΔT_F . Από εκεί, φέρνω κατακόρυφη για να ξαναπάω στο ψυχρό (όπου και βρίσκω τη νέα θερμοκρασία του $T_{cb}-\Delta T_F = T_{hb} - 2\Delta T_F$ και επαναλαμβάνω τη διαδικασία.



Σχ. 4.3 Γραφικός υπολογισμός μονάδων μεταφοράς απλού εναλλάκτη κατ' αντιρροή

Προφανώς, δεν είναι απαραίτητο το τελευταίο «σκαλοπατάκι» να είναι ολόκληρο.

Παρατηρώ ότι κάθε «σκαλοπατάκι» αντιστοιχεί σε ένα τμήμα του εναλλάκτη με συγκεκριμένο μήκος. Άρα, αυτό το τμήμα μπορεί να θεωρηθεί σαν εναλλάκτης που φέρνει σε επαφή θερμό ρεύμα θερμοκρασίας T_{cb} με ψυχρό ρεύμα θερμοκρασίας $T_{cb}-\Delta T_F$ και μεταβάλλει τη θερμοκρασία τους κατά ΔT_F . Αυτό το τμήμα, θα το πούμε **μονάδα μεταφοράς** (Transfer Unit) και το μήκος του, είναι το **μήκος μονάδας μεταφοράς** (Length of Transfer Unit) LTU που προφανώς είναι :

$$LTU = L / NTU$$

(NTU = Number of Transfer Units).

Άρα, ένα μέτρο της αποτελεσματικότητας του εναλλάκτη είναι ο αριθμός μονάδων μεταφοράς που «περιέχει».

Η ανάλυση που κάναμε ως εδώ ισχύει για την πολύ ειδική περίπτωση ρευμάτων με ίδια, σταθερή ως προς τη θερμοκρασία, θερμοχωρητικότητα. Μπορεί όμως να γενικευτεί και να έχει εφαρμογή χωρίς την ισχύ αυτή των προϋποθέσεων. Η διαφορά είναι ότι μπορούμε να ορίσουμε τις παραπάνω ποσότητες για κάθε ένα ρεύμα, θερμό ή ψυχρό, χωριστά.

Γενικότερα, δηλαδή, ορίζουμε:

$$NTU_h = \Delta T_h / \Delta T_L \quad \text{και} \quad NTU_c = \Delta T_c / \Delta T_L$$

Αλλά, επίσης, από τη σχέση

$$\dot{q} = U A \Delta T_L = (\dot{m} c_p)_c \Delta T_c = (\dot{m} c_p)_h \Delta T_h$$

σε συνδυασμό με τους ορισμούς των NTU, βρίσκουμε:

$$NTU_h = \frac{U A}{(\dot{m} c_p)_h} \quad \text{και} \quad NTU_c = \frac{U A}{(\dot{m} c_p)_c}$$

Ως μέτρο αποτελεσματικότητας του εναλλάκτη κρατάμε τη μεγαλύτερη από τις δύο τιμές.

Θερμοκρασία συναρτήσει NTU

Ορίζουμε την αποτελεσματικότητα ε ως το λόγο της πραγματικής μεταβολής του ρεύματος με τη μικρότερη θερμοχωρητικότητα προς τη μέγιστη δυνατή μεταβολή, δηλ. την αρχική θερμ. του θερμού μείον την αρχική θερμ. του ψυχρού:

$$\varepsilon = \frac{T_{cb} - T_{ca}}{T_{ha} - T_{ca}}$$

Μερικές ακραίες περιπτώσεις έχουν εύκολη μαθηματική μεταχείριση, ενώ οι υπόλοιπες κινούνται μεταξύ αυτών.

1) Μεγάλος αριθμός μονάδων συνεπάγεται μεγάλη προσέγγιση των θερμοκρασιών των δύο ρευμάτων. Αν το ένα ρεύμα υφίσταται αλλαγή φάσης σε όλο το μήκος του εναλλάκτη (π.χ. συμπύκνωση ατμού που θερμαίνει άλλο ρευστό) τότε η θερμοκρασία αυτού είναι σταθερή ενώ το άλλο την προσεγγίζει ασυμπτωτικά.

Ολοκληρώνουμε το διαφορικό ισοζύγιο θερμότητας:

$$\dot{m}_c c_{pc} dT_c = U dA (T_h - T_c)$$

και μετά από πράξεις και χρήση του ορισμού $NTU_c = U A / (\dot{m} c_p)_c$, βρίσκουμε:

$$T_h - T_{cb} = (T_h - T_{ca}) e^{-NTU}$$

Αντικαθιστούμε στον ορισμό της αποτελεσματικότητας και βρίσκουμε:

$$\varepsilon = 1 - e^{-NTU}$$

2) Η άλλη ακραία περίπτωση, είναι αυτή που είδαμε στην αρχή: ίσες θερμοχωρητικότητες. Τότε, όπως είδαμε, η κινητήρια δύναμη είναι σταθερή και ίση με τη διαφορά θερμοκρασιών των ρευμάτων σε κάθε σημείο του εναλλάκτη. Τότε, αρκεί να χρησιμοποιήσουμε τον αρχικό ορισμό του NTU για να πάρουμε:

$$NTU = \frac{T_{cb} - T_{ca}}{T_{ha} - T_{cb}}$$

από όπου μπορώ εύκολα να βρω τόσο τη θέρμανση του ψυχρού συναρτήσει των τιμών εισόδου:

$$T_{cb} = T_{ca} + (T_{ha} - T_{ca}) \left(\frac{NTU}{1 + NTU} \right)$$

όσο και την αποτελεσματικότητα που βρίσκεται ίση με

$$\varepsilon = \frac{T_{cb} - T_{ca}}{T_{ha} - T_{ca}} = \frac{NTU}{1 + NTU}$$

3) Οι άλλες περιπτώσεις (διαφορετικές θερμοχωρητικότητες και μεταβολή των θερμοκρασιών και στα δύο ρεύματα) είναι ενδιάμεσες και εξαρτώνται τόσο από το NTU όσο και από το λόγο

$$R = \frac{\text{μικρότερη } \dot{m} c_p}{\text{μεγαλύτερη } \dot{m} c_p}$$

$R = 0$ αντιστοιχεί στην περίπτωση 1, ενώ $R = 1$ αντιστοιχεί στην περίπτωση 2. Συνήθως, οι ενδιάμεσες περιπτώσεις καλύπτονται από διαγράμματα του ε συναρτήσει των NTU.

Μπορεί να αποδειχθεί όμως ότι η ακριβής σχέση της γενικής περίπτωσης είναι:

$$\varepsilon = \frac{1 - \exp[-NTU(1-R)]}{1 - R \exp[-NTU(1-R)]}$$

Για $R = 0$ είναι προφανές ότι οδηγούμαστε στην περίπτωση 1, ενώ για $R = 1$ μπορεί να αποδειχθεί με κανόνα de l' Hospital ότι μεταβαίνουμε στην περίπτωση 2.

Οικονομική λειτουργία

Το πάγιο κόστος του εναλλάκτη εξαρτάται από την επιφάνεια εναλλαγής, ενώ το κόστος λειτουργίας αυτού εξαρτάται από την πτώση πίεσης που επηρεάζει την ισχύ άντλησης των ρευστών. Η πτώση πίεσης περιγράφεται με την ειδική πτώση πίεσης $\Delta P/NTU$, δηλ. πτώση πίεσης ανά μονάδα μήκους που είναι ανεξάρτητη από το μήκος του εναλλάκτη.

Η ισχύς άντλησης είναι ανάλογη της ΔP , άρα και της $\Delta P/NTU$. Όταν αυξάνεται η ταχύτητα του ρευστού, αυξάνεται η ΔP , αλλά και ο συντελεστής μεταφοράς θερμότητας, με αποτέλεσμα τη μείωση της απαιτούμενης επιφάνειας εναλλαγής A .

Άρα, όταν σχεδιάζουμε έναν εναλλάκτη, υπολογίζουμε και την άριστη ταχύτητα του ρευστού, δηλ. εκείνη όπου το συνολικό κόστος = κόστος λειτουργίας λόγω αυξημένης ΔP + αποσβέσεις πάγιου κόστους, ελαχιστοποιείται.

Εναλλάκτες κελύφου και σωλήνων (shell and tube)

Είναι οι πιο συνηθισμένοι διότι:

- έχουν μεγάλη επιφάνεια εναλλαγής σε δεδομένο όγκο εγκατάστασης
- έχουν υψηλούς συντελεστές μεταφοράς θερμότητας επειδή επιτρέπουν μεγάλη ταχύτητα ρευστών εντός και εκτός σωλήνων
- απλή κατασκευή και χαμηλό πάγιο κόστος
- εύκολος καθαρισμός και συντήρηση

Μειονέκτημα:

- σημαντική πτώση πίεσης (βλ. ταχύτητα ρευστών), άρα και μεγάλο λειτουργικό κόστος