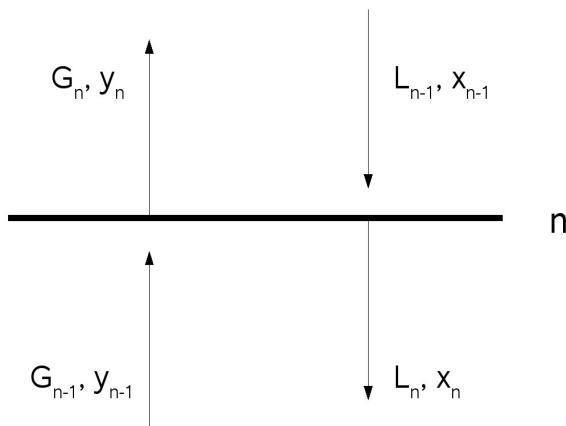


Απορρόφηση Αερίων (2)

Λεπτομερής Ανάλυση

Θεωρούμε έναν πύργο απορρόφησης που μπορεί να περιέχει δίσκους ή να είναι τύπου πληρωτικού υλικού ή άλλου τύπου. Τελικός σκοπός είναι να βρούμε το μέγεθος του πύργου. Αν είναι τύπου με δίσκους πρέπει να βρούμε τον αριθμό τους, N . Αν είναι άλλου τύπου, μπορούμε να θεωρήσουμε ισοδύναμες βαθμίδες ή *μονάδες μεταφοράς*, δηλ. φανταζόμαστε τον πύργο διαιρεμένο σε ισοϋψή τμήματα που το καθένα εκτελεί ένα μέρος της μεταφοράς μάζας όπως θα έκανε ένας πραγματικός δίσκος στη θέση του. Μπορεί να προσδιοριστεί το ύψος ενός τέτοιου τμήματος ή βαθμίδας ή η απόσταση μεταξύ πραγματικών δίσκων, έτσι ώστε τελικά να γνωρίζουμε το ύψος του πύργου που πρέπει να κατασκευάσουμε. Η διάμετρος του δίσκου μπορεί επίσης να υπολογιστεί με βάση τις παροχές που απαιτούνται για το ζητούμενο διαχωρισμό και τις ανάγκες της διεργασίας. Εδώ, θα ασχοληθούμε κυρίως με τον προσδιορισμό του αριθμού βαθμίδων ενός πύργου απορρόφησης.

Όσον αφορά το συμβολισμό, θεωρούμε μία διατομή του πύργου όπως στο Σχ. 1, η οποία μπορεί να αντιστοιχεί σε ένα πραγματικό δίσκο ή μία μονάδα μεταφοράς, ανάλογα με τον τύπο συσκευής και έστω ότι αυτή είναι η υπ' αριθ. n βαθμίδα. Τότε, τα ρεύματα της υγρής και αέριας φάσης που *εξέρχονται* από αυτή τη βαθμίδα, καθώς και οι αντίστοιχες συστάσεις, αριθμούνται επίσης με το δείκτη n και η αρίθμηση αυξάνεται κατά τη φορά της κίνησης των ρευμάτων – βλ. Σχ. 1.



Σχ. 1 Σύμβαση αρίθμησης ρευμάτων και αντίστοιχων συστάσεων σε πύργους απορρόφησης.

Αν θεωρήσουμε τον πύργο απορρόφησης που απεικονίζεται στο Σχ. 2, τότε, εφαρμόζοντας και την παραπάνω σύμβαση αρίθμησης, μπορούμε να γράψουμε τα ισοζύγια για όλο τον πύργο ως εξής:

$$\text{Ολικό ισοζύγιο:} \quad G_1 + L_N = G_{N+1} + L_0$$

$$\text{Μερικό ισοζύγιο:} \quad y_1 G_1 + y_N L_N = y_{n+1} G_{N+1} + y_0 L_0$$

Για αραιά διαλύματα θα ισχύει $G_1 \approx G_{N+1} \approx G$ και $L_0 \approx L_N \approx L$.

Θεωρούμε έναν όγκο ελέγχου (διακεκομμένη γραμμή στο Σχ. 2) που ορίζεται από τη διατομή 1 και μια τυχούσα διατομή κάπου στον πύργο, από την οποία διέρχονται τα ρεύματα G και L . Τότε, τα ισοζύγια γράφονται:

$$\text{Ολικό ισοζύγιο:} \quad G_1 + L = G + L_0$$

$$\text{Μερικό ισοζύγιο:} \quad y_1 G_1 + y L = y G + y_0 L_0$$

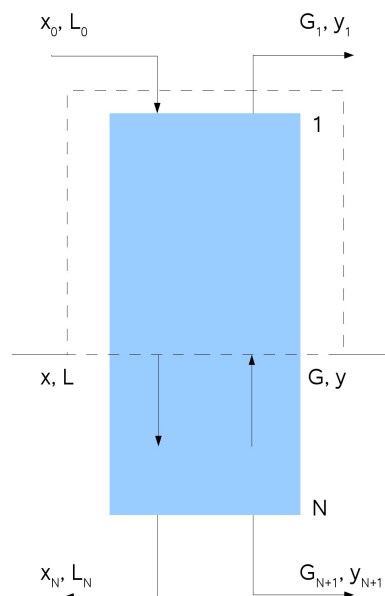
Λύνοντας ως προς y βρίσκουμε τη γραμμή λειτουργίας και αν θεωρήσουμε αραιά μείγματα, αυτή έχει τη μορφή:

$$y = (L/G) x + y_1 - (L/G) x_0$$

Όπως ξέρουμε, αυτό που προκαλεί τη μεταφορά μάζας, δηλαδή η κινητήρια δύναμη της διεργασίας, είναι η διαφορά μεταξύ των συστάσεων ισορροπίας και αυτών που υπάρχουν πραγματικά στις δύο φάσεις. Για παράδειγμα, στην αέρια φάση έχουμε σύσταση y αντί για σύσταση ισορροπίας y_{eq} και η διαφορά $y - y_{eq} > 0$ δρα ως κινητήρια δύναμη και έχουμε μεταφορά διαλυτού συστατικού από την αέρια στην υγρή φάση μέχρι η σύσταση να πέσει σε y_{eq} . Αλλά και στην υγρή φάση, αν π.χ. θεωρήσουμε ότι ξεκινάμε με καθαρό διαλύτη ($x = 0$), αυτός ερχόμενος σε επαφή με το αέριο, θα απορροφά συστατικό όσο η σύσταση του είναι μικρότερη από κάποια τιμή ισορροπίας x_{eq} οπότε και θα επέλθει δυναμική ισορροπία.

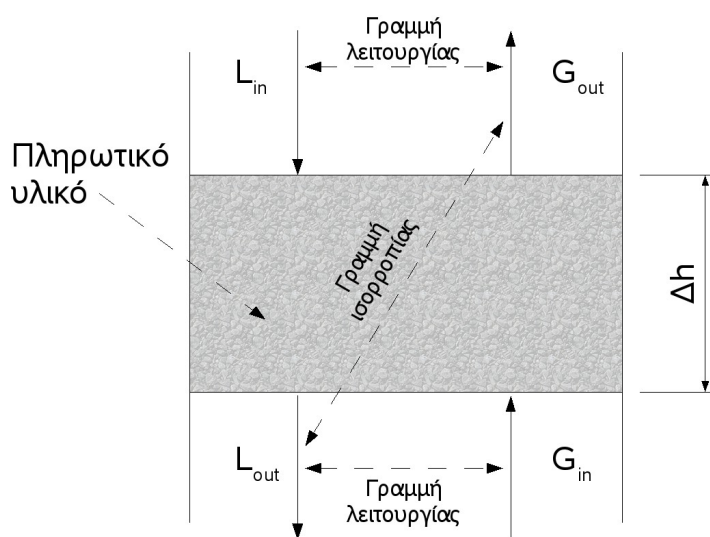
Η ισορροπία προς την οποία τείνει το σύστημα περιγράφεται, για αραιά συστήματα, από το νόμο του Henry που μας δίνει την καμπύλη ισορροπίας:

$$y_{eq} = m x_{eq}$$



Σχ. 2 Πύργος απορρόφησης με N βαθμίδες. Η αρίθμηση γίνεται από την κορυφή προς τη βάση του πύργου.

Έτσι, μαζί με τη γραμμή λειτουργίας, έχουμε δύο εξισώσεις στη διάθεσή μας που μπορούν να μας βοηθήσουν να λύσουμε το πρόβλημα διαστασιολόγησης της συσκευής απορρόφησης. Για να δούμε πώς ακριβώς γίνεται αυτό, ας αναλύσουμε αυτό που συμβαίνει όταν οι δύο φάσεις έρχονται σε επαφή.



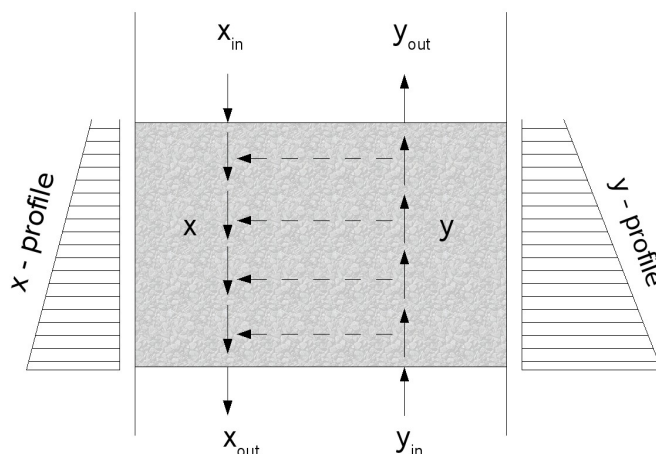
Σχ. 3 Θεωρητική βαθμίδα σε πύργο πληρώσεως.

Αν έχουμε πύργο με δίσκους, τότε σε κάθε δίσκο, τα δύο ρεύματα που έρχονται σε επαφή, τείνουν να έλθουν σε ισορροπία μεταξύ τους αλλά δε φτάνουν (δεν έχουμε 100% απόδοση). Για τη θεωρητική ανάλυση όμως θα πάρουμε την ιδανική περίπτωση όπου με την έξοδό τους από κάθε βαθμίδα, έχουν μόλις φτάσει σε ισορροπία. Επίσης, όταν έχουμε άλλους τύπους πύργων απορρόφησης (πληρωτικού υλικού, με ψεκασμό) θα ορίσουμε ως βαθμίδα ακριβώς εκείνο το τμήμα ή «φέτα» του πύργου όπου η κινητήρια δύναμη «καλύπτεται» δηλαδή η μεταβολή της σύστασης ενός ρεύματος ισούται με την απόκλιση από τη σύσταση ισορροπίας κατά την είσοδό του στο τμήμα αυτό. Άρα, έχουμε την εικόνα του Σχήματος 3.

Τα ρεύματα εισέρχονται με συστάσεις που διαφέρουν από αυτές της ισορροπίας και καθώς διέρχονται μέσα από τη βαθμίδα ύψους Δh μεταφέρεται μάζα από το ένα στο άλλο και τελικά, κατά τη στιγμή της εξόδου τους από τη βαθμίδα έχουν φτάσει σε ισορροπία. Άρα, θεωρούμε ότι τα εξερχόμενα ρεύματα είναι σε ισορροπία μεταξύ τους και οι συστάσεις τους συνδέονται από μία σχέση της μορφής $y_{out} = m x_{out}$. Αντίστοιχα, είναι εύκολο να διαπιστώσουμε με τη βοήθεια των σχετικών εξισώσεων, ότι οι συστάσεις των ρευμάτων που βρίσκονται από την ίδια πλευρά της βαθμίδας, συνδέονται από τη σχέση που περιγράφει τη γραμμή λειτουργίας:

$$y_{in} = (L/G) x_{out} + y_1 - (L/G) x_0$$

Αν βλέπαμε σε μεγέθυνση τη «φέτα» του πληρωτικού υλικού και σχεδιάζαμε το προφίλ των συγκεντρώσεων του διαλυτού συστατικού στο υγρό και στο αέριο ρεύμα, θα παίρναμε την εικόνα του Σχήματος 4:



Σχ. 4 Μεταβολή προφίλ συγκεντρώσεων στην υγρή και την αέρια φάση κατά μήκος βαθμίδας πύργου απορρόφησης με πληρωτικό υλικό. Τα διακεκομμένα βέλη υποδηλώνουν τη σταδιακή μεταφορά του διαλυτού συστατικού από την αέρια στην υγρή φάση.

Ισχύει:

- $y_{in} > x_{out}$ συνεπάγεται διάλυση στο υγρό
- $y_{out} > x_{in}$ συνεπάγεται διάλυση στο υγρό
- $y > x$ συνεπάγεται διάλυση στο υγρό

Αλλά επίσης: $x_{in} < x < x_{out}$ και $y_{out} < y < y_{in}$, δηλαδή το ανερχόμενο αέριο χάνει διαλυτό συστατικό και το κατερχόμενο υγρό εμπλουτίζεται σε αυτό.

Θεωρώ ότι η «φέτα» του πληρωτικού υλικού έχει ύψος Δh τέτοιο ώστε να επέλθει ισορροπία στα εξερχόμενα από αυτή ρεύματα, δηλαδή $y_{out} = m x_{out}$. Αυτή τότε, είναι η βαθμίδα ισορροπίας ή μονάδα μεταφοράς. Θεωρώ ότι εντός της βαθμίδας, το ρεύμα G έρχεται εξ ολοκλήρου σε επαφή με το L μέχρι να έρθουν σε ισορροπία, δηλ. να έχω μια διεργασία τριών σταδίων:

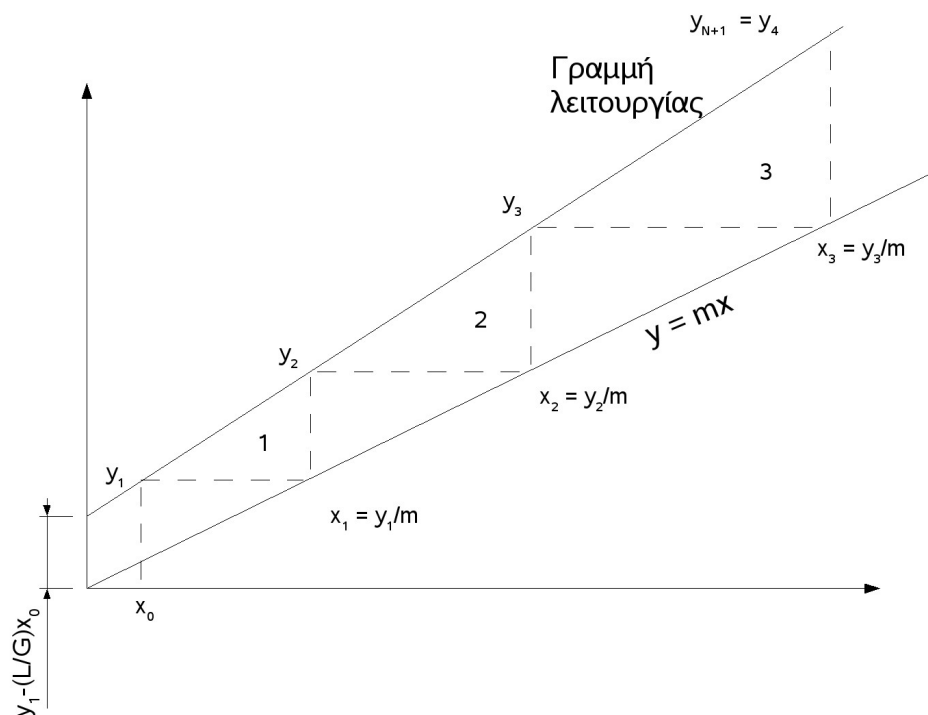
- είσοδος των ρευμάτων με συστάσεις μακράν της ισορροπίας,
- επαφή μέχρι να αποκαταθεί η ισορροπία και
- έξοδος των ρευμάτων σε ισορροπία.

Αυτό βέβαια, είναι μια θεωρητική αφαίρεση όπου προβαίνουμε για να αναδείξουμε τα ουσιώδη χαρακτηριστικά της διεργασίας.

Αφού η σύσταση του αερίου είναι μεγαλύτερη από αυτή της ισορροπίας, $y > y_{eq}$, για να έχουμε μεταφορά μάζας από το αέριο στο υγρό, συνεπάγεται ότι σε ένα διάγραμμα $y-x$ των συστάσεων, η γραμμή λειτουργίας θα είναι πάνω από τη γραμμή ισορροπίας – ενώ το αντίθετο θα ισχύει για μια διεργασία εκρόφησης.

Το ζητούμενο, όπως είπαμε, είναι να προσδιοριστεί ο αριθμός των βαθμίδων ή μονάδων μεταφοράς. Αυτό μπορεί να γίνει με δύο τρόπους: γραφικά και αναλυτικά. Όταν οι σχέσεις για τη γραμμή λειτουργίας και την καμπύλη ισορροπίας είναι γραμμικές, ο αναλυτικός υπολογισμός καταλήγει σε μια κλειστή μαθηματική έκφραση. Γενικά, πάντως, η λογική είναι ότι δουλεύουμε αναδρομικά, δηλ. βρίσκουμε τις συστάσεις ισορροπίας στη μια βαθμίδα, από αυτή πάμε στις συστάσεις της επόμενης για να βρούμε τις αντίστοιχες για την ισορροπία κ. ο. κ. μέχρι να καλύψουμε όλο το εύρος των συστάσεων που μας ενδιαφέρουν από τη ζητούμενη σύσταση εξόδου μέχρι τη δεδομένη σύσταση εισόδου.

Η γραφική μέθοδος απεικονίζεται με ένα παράδειγμα στο Σχήμα 5.



Σχ. 5 Γραφική μέθοδος υπολογισμού βαθμίδων πύργου απορρόφησης

Θεωρούμε ένα αέριο μείγμα σύστασης y (στο συγκεκριμένο παράδειγμα θα θεωρήσουμε ότι είναι ίση με τη y_{N+1} του σχήματος) που έρχεται σε επαφή με διαλύτη σύστασης x_0 και ζητείται η τελική σύσταση του εξερχόμενου αερίου να έχει πέσει στην τιμή y_1 . Το εξερχόμενο ρεύμα με αυτή τη

σύσταση θα είναι σε ισορροπία με κατερχόμενο υγρό σύστασης $x_1 = y_1/m$. Αυτή μπορεί να βρεθεί και γραφικά φέροντας οριζόντια γραμμή στο ύψος της σύστασης y_1 μέχρι να συναντήσει την καμπύλη ισορροπίας (βλ. Σχήμα). Η σύσταση του υγρού με τη σειρά της μπορεί να δώσει τη σύσταση του ανερχόμενου αερίου από την επόμενη βαθμίδα, μέσω της γραμμής λειτουργίας. Αυτό μπορεί να γίνει γραφικά, φέροντας κατακόρυφη στη θέση x_1 μέχρι να συναντήσει τη γραμμή λειτουργίας.

Έτσι προκύπτει ότι κάθε βαθμίδα ισορροπίας αντιστοιχεί σε ένα «σκαλοπάτι» ανάμεσα από τη γραμμή λειτουργίας και την καμπύλη ισορροπίας. Συνεχίζουμε τα «σκαλοπάτια» με την ίδια λογική και μέχρι να καταλήξουμε σε σύσταση αερίου ίση ή μεγαλύτερη από τη σύσταση εισόδου του αερίου. Εκεί σταματάμε και ο αριθμός των «σκαλιών» είναι ο ζητούμενος αριθμός βαθμίδων ισορροπίας του πύργου απορρόφησης.

Η γραφική μέθοδος μπορεί να εφαρμοστεί ανεξάρτητα από το αν οι γραμμές λειτουργίας και ισορροπίας είναι ευθείες ή μη. Αν όμως είναι ευθείες, π.χ. επειδή θεωρούμε αραιά μείγματα, τότε μπορούμε να προβούμε και σε αναλυτικό υπολογισμό των βαθμίδων. Αυτό γίνεται ως εξής:

Κατ'αρχήν ισχύει ότι $y_{N+1} = \frac{L}{G} x_N + y_1 - \frac{L}{G} x_0$ (γραμμή λειτουργίας)

Θέτουμε $A = \frac{L}{G} m$ και $b = y_1 - \frac{L}{G} x_0 = y_1 - m A x_0$ και η παραπάνω σχέση γίνεται:

$$y_{N+1} = m A x_N + b$$

Αλλά επίσης ισχύει: $y_N = m x_N$ (καμπύλη ισορροπίας) επομένως:

$$y_{N+1} = A y_N + b = A (m A x_{N-1} + b) + b = A (A y_{N-1} + b) + b = A^2 y_{N-1} + (A+1)b$$

και εφαρμόζοντας το ίδιο σκεπτικό για τη σύσταση αερίου ή υγρού που εμφανίζεται κάθε φορά στο δεξί μέλος (χρήση της σχέσης ισορροπίας), βρίσκουμε:

$$y_{N+1} = A^N y_1 + (A^{N-1} + A^{N-2} + \dots + A^2 + A + 1)b$$

$$y_{N+1} = A^N (A m x_0 + b) + (A^{N-1} + A^{N-2} + \dots + A^2 + A + 1)b$$

$$y_{N+1} = m A^{N+1} x_0 + (A^N + A^{N-1} + A^{N-2} + \dots + A^2 + A + 1)b$$

$$y_{N+1} = m A^{N+1} x_0 + \frac{A^{N+1} - 1}{A - 1} b$$

Αν αφαιρέσω κατά μέλη το $m x_0$ παίρνω παραγοντοποιήσιμη έκφραση:

$$y_{N+1} - m x_0 = m A^{N+1} x_0 + \frac{A^{N+1} - 1}{A - 1} b - m x_0$$

$$y_{N+1} - m x_0 = m x_0 (A^{N+1} - 1) + \frac{A^{N+1} - 1}{A - 1} b = (A^{N+1} - 1) \left(m x_0 + \frac{b}{A - 1} \right)$$

και επειδή $b = y_1 - m A x_0$ συνεπάγεται ότι

$$y_{N+1} - m x_0 = (A^{N+1} - 1) \left(m x_0 + \frac{y_1 - m A x_0}{A - 1} \right) = (A^{N+1} - 1) \frac{y_1 - m x_0}{A - 1}$$

Σε αυτή την έκφραση, όλα εκτός από το N είναι γνωστά (συστάσεις εισόδου, απαιτούμενη προδιαγραφή για σύσταση εξόδου και σταθερά ισορροπίας m). Λύνουμε ως προς A^{N+1} :

$$\frac{y_{N+1} - m x_0}{y_1 - m x_0} (A - 1) = A^{N+1} - 1$$

άρα

$$A^N = \frac{y_{N+1} - m x_0}{y_1 - m x_0} \left(1 - \frac{1}{A}\right) + \frac{1}{A}$$

και λογαριθμίζω για να βρω τον αριθμό N, των βαθμίδων:

$$N = \frac{\log \left[\frac{y_{N+1} - m x_0}{y_1 - m x_0} \left(1 - \frac{1}{A}\right) + \frac{1}{A} \right]}{\log A}$$