

2^η Σειρά Ασκήσεων Κβαντομηχανικής

Θερμή παράκληση όπως παραδώσετε τις ασκήσεις σε αρχείο .docx, το οποίο θα φέρει στην πρώτη σελίδα του αρχείου σας **ΜΟΝΟ**:

- α) το όνομα σας (με **bold** χαρακτήρες Times New Roman 12pt),
- β) το επώνυμο σας (με **bold** χαρακτήρες Times New Roman 12pt),
- γ) τον αριθμό μητρώου σας (με **bold** χαρακτήρες Times New Roman 12pt),
- δ) την ημερομηνία παράδοσης (με **bold** χαρακτήρες Times New Roman 12pt) και
- ε) τα στοιχεία των συναδέλφων σας που συμμετέχουν στην ομάδα (με απλούς χαρακτήρες Times New Roman 12pt)!!!

Παράδειγμα:

Γεώργιος Λαϊνόπουλος, 2646
19 Οκτωβρίου 2023
Δανάη Κατρινά, 3847
Γεώργιος Καρτούλης, 3745
Ευτέρπη Παραθύρη, 2754

Στο επάνω μέρος της κάθε σελίδας (δηλ. στο header):

- α) την ονομασία και τον αριθμό της σειράς ασκήσεων και

στο κάτω μέρος της κάθε σελίδας (δηλ. στο footer):

- α) τον αριθμό της σελίδας.

Φύλλα ασκήσεων ΜΗ συμμορφούμενα με τις ανωτέρω οδηγίες

ΔΕΝ βαθμολογούνται!!!

Καλείσθε να λειτουργήσετε σε ομάδες των 4-5 ατόμων για την

επίλυση των ασκήσεων, αναλαμβάνοντας κάθε μέλος της ομάδας

συγκεκριμένο αριθμό ασκήσεων. Μετά την επίλυση των ασκήσεων

που αναλάβατε **πρέπει να προχωρήσετε στην επεξήγησή τους και στα**

υπόλοιπα μέλη της ομάδας σας!!!

Οι ασκήσεις θα παραδοθούν την 10^η Νοεμβρίου 2023 και ώρες 12:00 έως 18:00 μέσω

της εφαρμογής Google Forms

(<https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLScAGbjcEtURbGWlu2qRx>)

[hg5qSG7JRo4SreDRu_RuQJ20gSOhA/viewform](https://www.derivative-calculator.net/)). Αρχεία με εμφανείς ομοιότητες μεταξύ τους, θα μηδενισθούν! Για κανένα λόγο ΔΕΝ θα γίνουν αρχεία δεκτά σε κατοπινό χρόνο!!! Απαιτείται ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ και ΛΕΠΤΟΜΕΡΕΙΑΚΗ επίλυση της κάθε άσκησης!!! Πρέπει να αναγράφετε παντού μονάδες (σε κάθε αποτέλεσμα) και να προσέχετε στη χρήση των σημαντικών ψηφίων (απώλεια βαθμολογίας έως και 70 % σε αντίθετη περίπτωση!!!

Άλλες ηλεκτρονικές διευθύνσεις ΠΕΡΑΝ της ακαδημαϊκής σας ΔΕΝ γίνονται δεκτές και θα ακυρώνεται η συνολική σας απάντηση και κατάθεση αρχείου! Η ονομασία του αρχείου σας θα πρέπει να είναι της μορφής:

"ΕΠΙΘΕΤΟ_ΟΝΟΜΑ_2ο_σετ_Κβαντομηχανικής.docx",

όπου ΕΠΙΘΕΤΟ το/τα επίθετό/επίθετά σας με ελληνικά κεφαλαία και ΟΝΟΜΑ το/τα όνομά/ονόματά σας με ελληνικά κεφαλαία, π.χ.

ΜΙΣΙΟΥ-ΛΕΛΟΥ_ΑΡΙΑΔΝΗ-ΟΛΓΑ_2ο_σετ_Κβαντομηχανικής.docx

ΔΙΑΤΗΡΕΙΣΤΕ ΤΙΣ ΠΑΥΛΕΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΣΑΣ ΟΠΩΣ ΣΑΣ ΠΡΟΤΕΙΝΕΤΑΙ!!!

Όλα τα μέλη της κάθε ομάδας ΟΦΕΙΛΟΥΝ να παραδώσουν αρχείο με τις λυμένες ασκήσεις!!! Δείξτε παρακαλώ συνέπεια στην τήρηση των ανωτέρω οδηγιών!!!

Χρησιμοποιείστε τις ιστοσελίδες <https://www.derivative-calculator.net/> και <https://www.integral-calculator.com/> για την ευκολότερη αντιμετώπιση των επόμενων ερωτήσεων αυτοεξέτασης αλλά και των παρακάτω προβλημάτων (ιδιαίτερα για την απεικόνιση συναρτήσεων!!!).

Από την «Αυτοεξέταση πολλαπλής επιλογής» του **κεφαλαίου 3** του βιβλίου Κβαντομηχανική Ι του Στέφανου Τραχανά: **ΝΑ ΚΑΤΑΝΟΗΣΕΤΕ τις απαντήσεις στις ερωτήσεις 1 έως 20.**

Σχετικά με το κεφάλαιο 3 του βιβλίου Κβαντομηχανική Ι του Στέφανου Τραχανά **ΝΑ ΛΥΣΕΤΕ** τα ακόλουθα προβλήματα:

1) Ποιες από τις ακόλουθες συναρτήσεις είναι κανονικοποιήσιμες στο διάστημα που δίνεται για κάθε μία από αυτές; Δικαιολογείστε ποιες ΔΕΝ δύνανται να κανονικοποιηθούν και προχωρήστε στην κανονικοποίηση των υπολοίπων:

α) $e^{-x^2/2}$ ($-\infty, \infty$), β) $e^{-x/2}$ ($-\infty, \infty$), γ) $e^{i\theta}$ ($0, 2\pi$), δ) $\cosh x$ ($0, \infty$), ε) xe^{-x} ($0, \infty$),

στ) $e^{-(x^2+y^2)/2}$ ($0 \leq x < \infty$), ($0 \leq y < \infty$), ζ) $\left(\frac{4}{ab}\right)^{1/2} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a}$ ($0 \leq x \leq a$), ($0 \leq y \leq b$).

2) Για υλικό κύμα/σωματίδιο που περιγράφεται από την κυματοσυνάρτηση:

$$\psi(x) = \left(\frac{630}{a^9}\right)^{1/2} x^2 (a-x)^2 \quad (0 \leq x \leq a)$$

υπολογίστε το τετράγωνο της αβεβαιότητας της ενέργειας. Βοήθεια: Το πεδίο δυναμικής ενέργειας που ασκείται στο υλικό κύμα/σωματίδιο είναι μηδενικό.

3) Έστω η κυματοσυνάρτηση:

$$\psi = N(\psi_1 + 2\psi_2 + \psi_3),$$

όπου ψ_1 , ψ_2 και ψ_3 συναρτήσεις της ενέργειας με ιδιοτιμές $-\varepsilon$, $-\frac{\varepsilon}{4}$ και $-\frac{\varepsilon}{9}$. Υπολογίστε την

μέση τιμή και την αβεβαιότητα της ενέργειας.

4) Για υλικό κύμα/σωματίδιο που περιγράφεται από την κυματοσυνάρτηση:

$$\psi(x) = \frac{30}{\sqrt{a^5 b^5}} x(a-x)y(b-y) \quad (0 \leq x \leq a), (0 \leq y \leq b)$$

υπολογίστε την μέση τιμή της ενέργειας. Βοήθεια: Το πεδίο δυναμικής ενέργειας που ασκείται στο υλικό κύμα/σωματίδιο είναι μηδενικό.

Από την «Αυτοεξέταση πολλαπλής επιλογής» του **κεφαλαίου 4** του βιβλίου Κβαντομηχανική Ι του Στέφανου Τραχανά: **ΝΑ ΚΑΤΑΝΟΗΣΕΤΕ τις απαντήσεις στις ερωτήσεις 1 έως 10.**

Σχετικά με το κεφάλαιο 4 του βιβλίου Κβαντομηχανική Ι του Στέφανου Τραχανά **ΝΑ ΛΥΣΕΤΕ** τα ακόλουθα προβλήματα:

1) Υπολογίστε τους μεταθέτες $[A, B]$, για δεδομένους τελεστές A και B ,

α) $A = \frac{d^2}{dz^2}, B = z, A = \frac{d}{dy} - y, B = \frac{d}{dy} + y, A = dz, B = \frac{d}{dz}$ και $A = \frac{d^2}{dt^2} - t, B = \frac{d}{dt} + t^2$.

2) Γνωρίζοντας ότι:

$$l_+ = l_x + il_y \text{ και } l_- = l_x - il_y$$

δείξτε ότι:

$$l_+ l_- = l^2 - l_z^2 + \hbar l_z, [l_z, l_+] = \hbar l_+ \text{ και } [l_z, l_-] = -\hbar l_-.$$

3) Ποιοι από τους τελεστές $d/dx, i d/dx, d^2/dx^2, i d^2/dx^2, xd/dx$ και x είναι ερμιτιανοί;

Βοήθεια: Ορισμός ερμιτιανού τελεστή: $\int_{-\infty}^{\infty} f^* A g dx = \int_{-\infty}^{\infty} (A f)^* g dx$ για τετραγωνικά ολοκληρώσιμες

συναρτήσεις f και g .

4) Δείξτε ότι οι κυματοσυναρτήσεις:

$$\psi_0(x) = \pi^{-1/4} e^{-x^2/2},$$

$$\psi_1(x) = (4/\pi)^{1/4} x e^{-x^2/2} \text{ και}$$

$$\psi_2(x) = (4\pi)^{-1/4} (2x^2 - 1) e^{-x^2/2}$$

είναι **ορθογώνιες μεταξύ τους** στο διάστημα $(-\infty, \infty)$.

Ενδιαφέρουσες διδακτικές ιστοσελίδες σχετικές με την εξίσωση του Schrödinger:

Schrödinger's cat: https://en.wikipedia.org/wiki/Schr%C3%B6dinger's_cat

Schrödinger's cat: <https://www.youtube.com/watch?v=IOYyCHGWJq4>

Time Dependent Schrodinger Equation: [http://hyperphysics.phy-](http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/quantum/scheq.html)

<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/quantum/schr.html>

Ενδιαφέρουσες διδακτικές ιστοσελίδες σχετικές με την αρχή της αβεβαιότητας και τη στροφορμή:

Uncertainty principle: <https://www.youtube.com/watch?v=TQKELOE9eY4>

Uncertainty principle: [https://www.khanacademy.org/science/chemistry/electronic-structure-of-](https://www.khanacademy.org/science/chemistry/electronic-structure-of-atoms/orbitals-and-electrons/v/heisenberg-uncertainty-principle)

Angular momentum: <https://www.youtube.com/watch?v=MULe4xv3IVk>

Angular momentum: [https://www.khanacademy.org/science/physics/torque-angular-](https://www.khanacademy.org/science/physics/torque-angular-momentum/torque-tutorial/v/angular-momentum)