

3^η Σειρά Ασκήσεων Κβαντομηχανικής

Θερμή παράκληση όπως παραδώσετε τις ασκήσεις σε αρχείο .docx, το οποίο θα φέρει στην πρώτη σελίδα του αρχείου σας **ΜΟΝΟ**:

- α) το όνομα σας (με **bold** χαρακτήρες Times New Roman 12pt),
- β) το επώνυμο σας (με **bold** χαρακτήρες Times New Roman 12pt),
- γ) τον αριθμό μητρώου σας (με **bold** χαρακτήρες Times New Roman 12pt),
- δ) την ημερομηνία παράδοσης (με **bold** χαρακτήρες Times New Roman 12pt) και
- ε) τα στοιχεία των συναδέλφων σας που συμμετέχουν στην ομάδα (με απλούς χαρακτήρες Times New Roman 12pt)!!!

Παράδειγμα:

Γεώργιος Λαϊνόπουλος, 2646
23 Νοεμβρίου 2023
Δανάη Κατρινά, 3847
Γεώργιος Καρτούλης, 3745
Ευτέρπη Παραθύρη, 2754

Στο επάνω μέρος της κάθε σελίδας (δηλ. στο header):

- α) την ονομασία και τον αριθμό της σειράς ασκήσεων και

στο κάτω μέρος της κάθε σελίδας (δηλ. στο footer):

- α) τον αριθμό της σελίδας.

Φύλλα ασκήσεων ΜΗ συμμορφούμενα με τις ανωτέρω οδηγίες

ΔΕΝ βαθμολογούνται!!!

Καλείσθε να λειτουργήσετε σε ομάδες των 4-5 ατόμων για την

επίλυση των ασκήσεων, αναλαμβάνοντας κάθε μέλος της ομάδας

συγκεκριμένο αριθμό ασκήσεων. Μετά την επίλυση των ασκήσεων

που αναλάβατε **πρέπει να προχωρήσετε στην επεξήγησή τους και στα**

υπόλοιπα μέλη της ομάδας σας!!!

Οι ασκήσεις θα παραδοθούν την 23^η Νοεμβρίου 2023 και ώρες 12:00 έως 18:00 μέσω

της εφαρμογής Google Forms

(<https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLScAGbjcEtURbGWlu2qRx>)

[hg5qSG7JRo4SreDRu_RuQJ20gSOhA/viewform](https://www.derivative-calculator.net/)). Αρχεία με εμφανείς ομοιότητες μεταξύ τους, θα μηδενισθούν! Για κανένα λόγο ΔΕΝ θα γίνουν αρχεία δεκτά σε κατοπινό χρόνο!!! Απαιτείται ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ και ΛΕΠΤΟΜΕΡΕΙΑΚΗ επίλυση της κάθε άσκησης!!! Πρέπει να αναγράφετε παντού μονάδες (σε κάθε αποτέλεσμα) και να προσέχετε στη χρήση των σημαντικών ψηφίων (απώλεια βαθμολογίας έως και 70 % σε αντίθετη περίπτωση!!!

Άλλες ηλεκτρονικές διευθύνσεις ΠΕΡΑΝ της ακαδημαϊκής σας ΔΕΝ γίνονται δεκτές και θα ακυρώνεται η συνολική σας απάντηση και κατάθεση αρχείου! Η ονομασία του αρχείου σας θα πρέπει να είναι της μορφής:

"ΕΠΙΘΕΤΟ_ΟΝΟΜΑ_3ο_σετ_Κβαντομηχανικής.docx",

όπου ΕΠΙΘΕΤΟ το/τα επίθετό/επίθετά σας με ελληνικά κεφαλαία και ΟΝΟΜΑ το/τα όνομά/ονόματά σας με ελληνικά κεφαλαία, π.χ.

ΜΙΣΙΟΥ-ΛΕΛΟΥ_ΑΡΙΑΔΝΗ-ΟΛΓΑ_3ο_σετ_Κβαντομηχανικής.docx

ΔΙΑΤΗΡΕΙΣΤΕ ΤΙΣ ΠΑΥΛΕΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΣΑΣ ΟΠΩΣ ΣΑΣ ΠΡΟΤΕΙΝΕΤΑΙ!!!

Όλα τα μέλη της κάθε ομάδας ΟΦΕΙΛΟΥΝ να παραδώσουν αρχείο με τις λυμένες ασκήσεις!!! Δείξτε παρακαλώ συνέπεια στην τήρηση των ανωτέρω οδηγιών!!!

Χρησιμοποιείστε τις ιστοσελίδες <https://www.derivative-calculator.net/> και <https://www.integral-calculator.com/> για την ευκολότερη αντιμετώπιση των επόμενων ερωτήσεων αυτοεξέτασης αλλά και των παρακάτω προβλημάτων (ιδιαίτερα για την απεικόνιση συναρτήσεων!!!).

Από την «Αυτοεξέταση πολλαπλής επιλογής» του **κεφαλαίου 5** του βιβλίου Κβαντομηχανική I του Στέφανου Τραχανά: **ΝΑ ΚΑΤΑΝΟΗΣΕΤΕ τις απαντήσεις στις ερωτήσεις 1 έως 10.**

Σχετικά με το κεφάλαιο 5 του βιβλίου Κβαντομηχανική I του Στέφανου Τραχανά **ΝΑ ΛΥΣΕΤΕ** τα ακόλουθα προβλήματα:

1) Υπολογίστε τις αβεβαιότητες θέσης και ορμής για κυματοσυνάρτηση σωματιδίου στο απειρόβαθο πηγάδι πλάτους L ίση με:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L}$$

Δώστε τον γενικό τύπο για το γινόμενο των αβεβαιοτήτων θέσης και ορμής και ελέγξτε αν το γινόμενό τους ικανοποιεί την ανισότητα του Heisenberg για $n = 2$. Πότε η αβεβαιότητα θέσης φτάνει στο κλασικό όριο (ανατρέξτε στη θεωρία του βιβλίου!); Υπολογίστε τις **κλασικές** αβεβαιότητες θέσης και ορμής για το ανωτέρω σωματίδιο.

2) Σωματίδιο σε απειρόβαθο πηγάδι δυναμικής ενέργειας πλάτους L περιγράφεται από την γενική κυματοσυνάρτηση:

$$\psi_n(x) = N \sin^3 \frac{\pi x}{L}$$

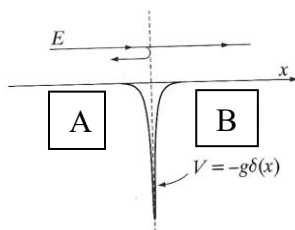
Δώστε τις ενεργειακές ιδιοτιμές του σωματιδίου και την πιθανότητα εμφάνισής τους. Επίσης, υπολογίστε την μέση τιμή της ενέργειας και την αβεβαιότητα της ενέργειας. Μπορείτε να εκφράσετε τις ενεργειακές ιδιοτιμές του σωματιδίου συναρτήσει της ενεργειακής ιδιοτιμής της θεμελιώδους κατάστασης; (Βοήθεια: Τριγωνομετρική ταυτότητα

$$\sin^3 u = \frac{1}{4}(3 \sin u - \sin 3u).$$

3) Σωματίδιο εγκλωβισμένο σε τρισδιάστατο ορθογώνιο φρέαρ (χώρος) δυναμικής ενέργειας με διαστάσεις a στον άξονα x , b στον άξονα y και c στον άξονα z . Να υπολογιστούν οι ενεργειακές του ιδιοτιμές στην γενική περίπτωση, καθώς και στην περίπτωση όπου $a = b = c = W$.

[Βοήθεια: Προσοχή στο θέμα των περισσοτέρων της μίας ιδιοκαταστάσεων (ιδιοσυναρτήσεων) με την ίδια ενεργειακή ιδιοτιμή όταν $a = b = c = W$ (εκφυλισμός).]

4) Έστω σωματίδιο μάζας m και ενέργειας E , με $E > 0$, αισθάνεται προερχόμενο από αριστερά



προς τα δεξιά δέλτα πηγάδι δυναμικής ενέργειας ($V = -g\delta(x)$, $g > 0$), όπως στο επισυναπτόμενο σχήμα. Υπολογίστε τους συντελεστές ανάκλασης και διέλευσης. [Βοήθεια: Γνωρίζοντας ότι στις περιοχές A και B ικανοποιείται η εξίσωση Schrödinger $\psi'' + k^2\psi = 0$ και

$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \text{ έχουμε τις αντίστοιχες λύσεις } \psi_A = e^{ikx} + Ae^{-ikx} \text{ και}$$

$\psi_B = Be^{ikx}$ με συνθήκες συναρμογής $\psi_A(0) = \psi_B(0)$ και $\psi'_A(0) = \psi'_B(0) + \lambda\psi(0)$, όπου

$$\lambda = \frac{2mg}{\hbar^2}.]$$

Από την «Αυτοεξέταση πολλαπλής επιλογής» του **κεφαλαίου 6** του βιβλίου Κβαντομηχανική Ι του Στέφανου Τραχανά: **ΝΑ ΚΑΤΑΝΟΗΣΕΤΕ τις απαντήσεις στις ερωτήσεις 1, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 και 15.**

Σχετικά με το κεφάλαιο 6 του βιβλίου Κβαντομηχανική Ι του Στέφανου Τραχανά **ΝΑ ΛΥΣΕΤΕ** τα ακόλουθα προβλήματα:

1) Υπολογίστε τους συντελεστές ανάκλασης και διέλευσης στο πρόβλημα (4) του προηγούμενου κεφαλαίου με την διαφορά ότι τώρα η συνάρτηση δυναμικής ενέργειας είναι ίση με $V = g\delta(x)$, $g > 0$. Ισχύουν ακριβώς και πάλι τα ίδια δεδομένα!!! Δείξτε όλα τα βήματα!!!

2) τα προβλήματα 1 και 4 του κεφαλαίου 6 στο βιβλίο Κβαντομηχανική Ι του Στέφανου Τραχανά.

Ενδιαφέρουσες διδακτικές ιστοσελίδες σχετικές με τα φρεάτια δυναμικής ενέργειας και το φαινόμενο της σήραγγας:

Infinite potential well: http://en.wikipedia.org/wiki/Infinite_potential_well

Finite potential well: http://en.wikipedia.org/wiki/Finite_potential_well

Square potential well: <http://demonstrations.wolfram.com/BoundStatesInASquarePotentialWell>

Tunneling effect: http://en.wikipedia.org/wiki/Quantum_tunneling

Ενδιαφέρουσες διδακτικές ιστοσελίδες σχετικές με τα εμπόδια δυναμικής ενέργειας:

Potential barrier: https://en.wikipedia.org/wiki/Rectangular_potential_barrier

Potential

barrier: https://en.wikipedia.org/wiki/Solution_of_Schr%C3%B6dinger_equation_for_a_step_potential

Potential Barrier: http://quantummechanics.ucsd.edu/ph130a/130_notes/node152.html

Potential barriers: https://ocw.mit.edu/courses/electrical-engineering-and-computer-science/6-007-electromagnetic-energy-from-motors-to-lasers-spring-2011/lecture-notes/MIT6_007S11_lec41.pdf

Reflection and transmission at steps and barriers: [http://www.met.reading.ac.uk/pp lato2/h-flap/phys11_1.html](http://www.met.reading.ac.uk/pp plato2/h-flap/phys11_1.html) (πολύ καλό!!!)

Quantum Tunneling and Wave Packets: <https://phet.colorado.edu/en/simulation/quantum-tunneling>