

---

# Διαδικασίες σκέψης

---

# Η μαθηματική δραστηριότητα περιλαμβάνει:

- **Επινόηση** ιδεατών αντικειμένων και ιδεών
  - **Κατανόηση** μαθηματικών εννοιών και ιδεών
  - **Ανακάλυψη** ιδιοτήτων (και σχέσεων) των μαθηματικών αντικειμένων και εννοιών
  - **Ανάπτυξη** τρόπων συλλογισμού και επιχειρηματολογίας αποδεκτών στα μαθηματικά
- ...και δεν εξαντλείται σε αυτά

# Αναλύοντας...

- ...τη μαθηματική δραστηριότητα και τα προϊόντα της (:το σώμα της μαθηματικής γνώσης), μπορούν να εντοπιστούν κάποιες **διαδικασίες**, οι οποίες είναι βασικά συστατικά της στοιχεία
    - Αφαίρεση
    - Γενίκευση
    - Ομαδοποίηση
    - Ταξινόμηση
    - Συλλογισμός και εξαγωγή συμπερασμάτων
    - Επίλυση προβλήματος
-

---

# Οι διαδικασίες αυτές...

- ... έχουν ψυχολογικό υπόβαθρο
  - συνδέονται με διαδικασίες σκέψης

---

# Ομαδοποίηση

---

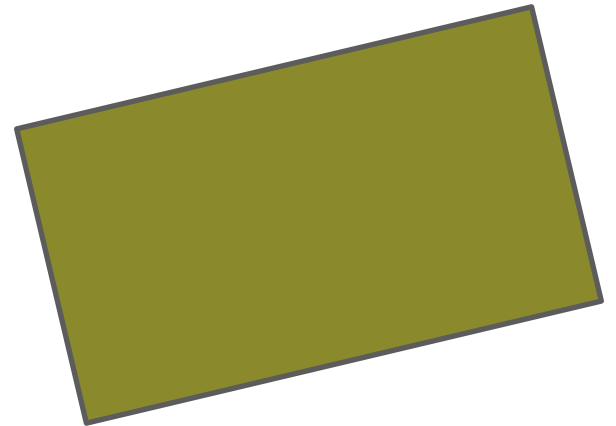
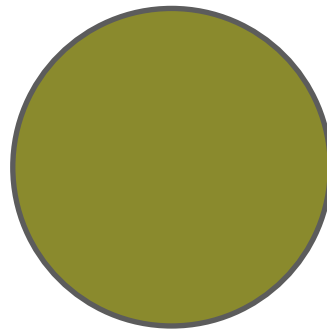
# Ομαδοποίηση

- Η διαδικασία μέσω της οποίας διαφορετικά αντικείμενα\* εντάσσονται στην ίδια κατηγορία (ομάδα).
- Προϋποθέτει την ύπαρξη κριτηρίων ή την **αναγνώριση** από τη μεριά του υποκειμένου ότι υπάρχουν κάποια στοιχεία των αντικειμένων που μπορεί να θεωρηθούν **κοινά** (ή, τουλάχιστον, **παρόμοια**)
- Στην ψυχολογία, η **κατηγοριοποίηση** θεωρείται θεμελιώδης στην κατασκευή **έννοιών**

---

\* Ο όρος «αντικείμενο» χρησιμοποιείται με την ευρεία έννοια

# Παράδειγμα 1: Ποιο δεν ταιριάζει;

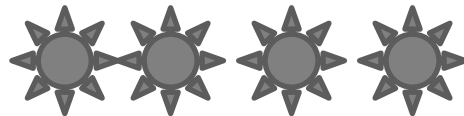


# Παράδειγμα 2: Ποιο δεν ταιριάζει;





# Παράδειγμα 3: Σε ποια ομάδα ταιριάζει;



# Σκεφτείτε...

- Η ομαδοποίηση μπορεί
    - να βρίσκεται στη βάση της κατασκευής μαθηματικών αντικειμένων και εννοιών
    - να είναι μια διαδικασία που αξιοποιείται κατά κόρον στο Νηπιαγωγείο
      - είτε σε σχέση με τα Μαθηματικά, είτε όχι
  - Αλλά δεν πρέπει να ξεχνάμε ότι τα **κριτήρια** για την ομαδοποίηση είναι προφανή σε εμάς, αλλά όχι στα παιδιά
  - Τα παιδιά μπορεί να χρησιμοποιήσουν απροσδόκητα κριτήρια
-

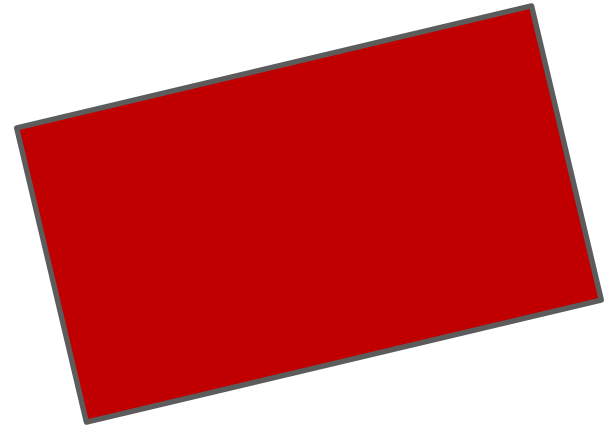
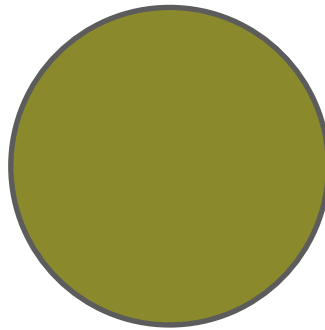
---

## Σκεφτείτε...

- Όταν θέλουμε να αξιοποιήσουμε την ομαδοποίηση, καλό είναι να υποστηρίξουμε τα παιδιά να εστιάσουν στα χαρακτηριστικά εκείνα που σχετίζονται με το μαθηματικό ζήτημα που μας ενδιαφέρει
-

# Κρίνετε:

- Ποιο δεν ταιριάζει;



---

# Ταξινόμηση

---

# Σκεφτείτε

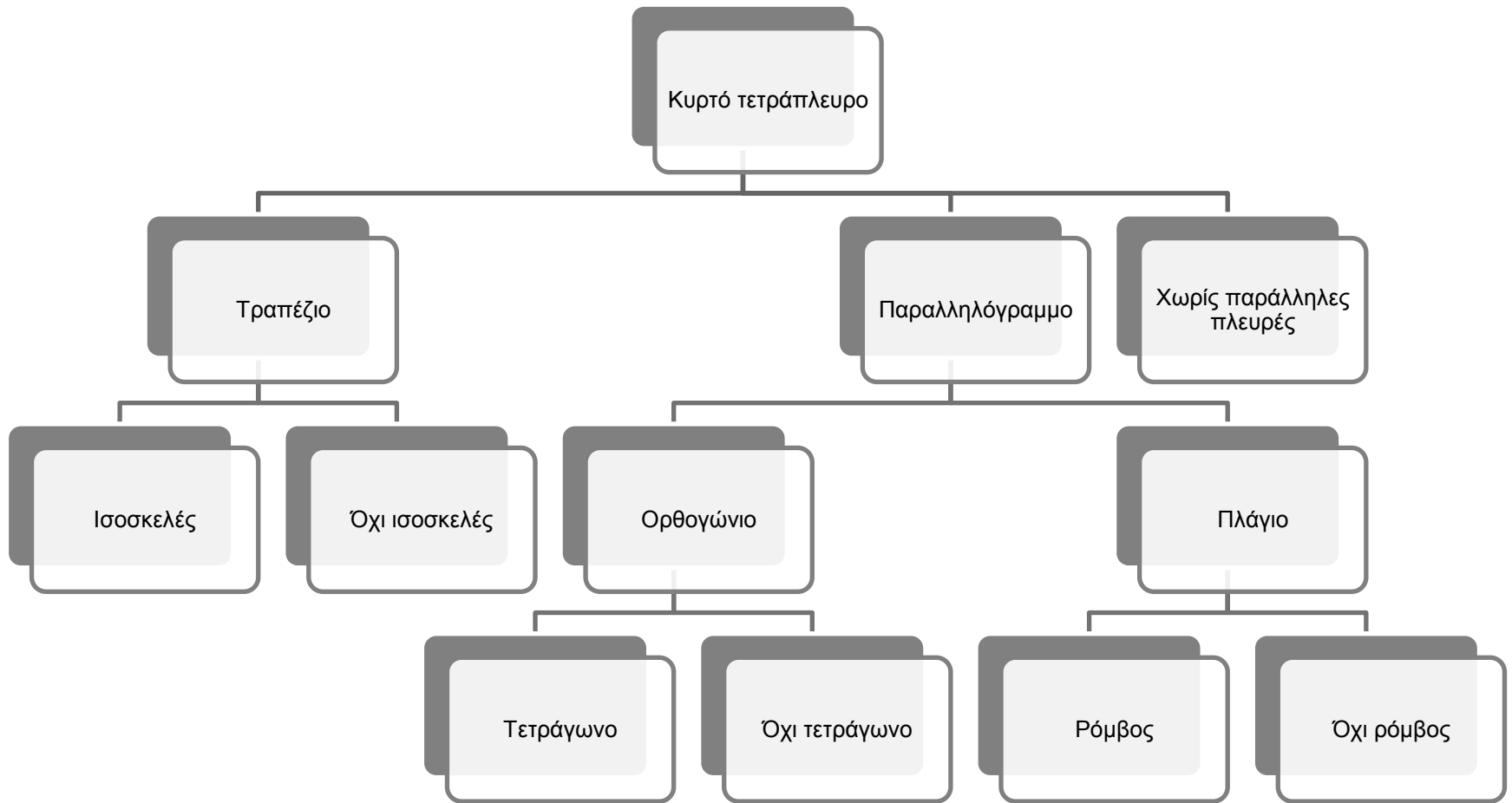
- Από ένα σύνολο επίπεδων ευθύγραμμων σχημάτων, μπορώ να διαφοροποιήσω και να ομαδοποιήσω τα τρίγωνα.
- Με δεδομένη την ομάδα «Τρίγωνα», μπορώ να τη διαμερίσω σε επιμέρους ομάδες.
- Πείτε δύο διαφορετικά κριτήρια με τα οποία έχετε ταξινομήσει τα τρίγωνα στο παρελθόν.

---

# Ταξινομήστε τα κυρτά τετράπλευρα

- Με ποιο κριτήριο θα εργαστείτε;
- Σας αρκεί ένα;

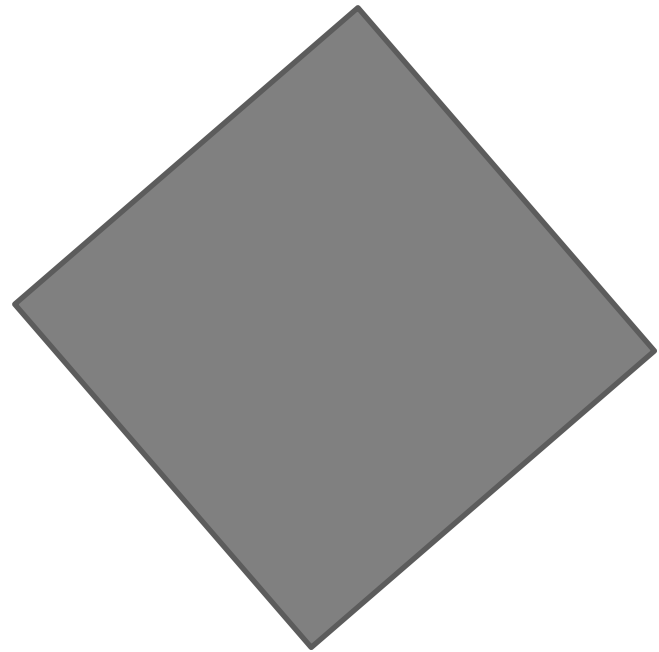
# Ταξινόμηση κατά Αριστοτέλη





---

Αυτό, τι σχήμα είναι;



# Σύγχρονη ταξινόμηση

Τετράγωνα



# Ξαναγυρνώντας στο παράδειγμα



# Αναγνωρίζοντας ότι...

- ...υπάρχει ένα κοινό χαρακτηριστικό στα σύνολα με:
  - 3 αστεράκια
  - 3 κύκλους
  - 3 παπάκια
  - 3 κροκοδειλάκια
  - .....
- ...έχουμε κάνει ένα σημαντικό βήμα στην κατασκευή του μαθηματικού αντικειμένου «**τρία**»

---

# Η διαδικασία της αφαίρεσης

Ένα σημαντικό βήμα στην κατασκευή μαθηματικών εννοιών

---

---

# Σκεφτείτε

- Τα πέντε μήλα είναι περισσότερα από τα τέσσερα μήλα
  - Το πέντε είναι μεγαλύτερο από το τέσσερα
  - Υπάρχουν ομοιότητες ανάμεσα στις δύο παραπάνω δηλώσεις; Υπάρχουν διαφορές; Ποιες;
-

# Σκεφτείτε

- Αν έχεις **τρία μήλα** και σου δώσω άλλα **δύο μήλα** θα έχεις **πέντε μήλα**
  - Αν προσθέσω στο **τρία** το **δύο** παίρνω **πέντε**
- Υπάρχουν ομοιότητες ανάμεσα στις τρεις παραπάνω δηλώσεις; Υπάρχουν διαφορές; Ποιες;
-

## Ένας τύπος Αφαίρεσης: Αφαίρεση με αποιοπή...

- Παρατηρούμε κοινά στοιχεία σε αντικείμενα που μας ενδιαφέρουν
    - 3 γατάκια, 3 παπάκια, 3 κροκοδειλάκια
  - Εστιάζουμε στα κοινά στοιχεία και «αποκόπτουμε» τα (πλέον, για μας) άσχετα στοιχεία
    - Πάνε τα γατάκια, τα παπάκια, τα κροκοδειλάκια
  - Μπορούμε να συλλογιστούμε και να μιλήσουμε για το «τρία», το «τέσσερα», το «πέντε»,..., και να περιγράψουμε ιδιότητές τους και μεταξύ τους σχέσεις
  - Το «τρία», το «τέσσερα», το «πέντε» έχουν γίνει αντικείμενα αυτά καθαυτά
-



---

## Ένα άλλο είδος Αφαίρεσης: Αφαίρεση με εξιδανίκευση

- Σκεφτείτε ένα γεωμετρικό αντικείμενο, όπως είναι η ευθεία: Καμία από τις φυσικές αναπαραστάσεις της (παραδείγματα;) δεν έχει τις ιδιότητες της, π.χ.
    - Δεν έχει πλάτος
    - Έχει άπειρο μήκος
-

---

# Η διαδικασία της γενίκευσης

---

---

# Με τη διαδικασία της γενίκευσης...

- ... διευρύνεται το πεδίο εφαρμογής μια μαθηματικής έννοιας ή διαδικασίας
- ...εξάγονται συμπεράσματα για το **γενικό**, από το **ειδικό**
  - Συνδέεται με τον επαγωγικό συλλογισμό

# Παράδειγμα

- Μαθαίνουμε τον πολλαπλασιασμό αρχικά για τους **φυσικούς** αριθμούς
- Αργότερα μαθαίνουμε πολλαπλασιασμό και για μη-φυσικούς αριθμούς
- Έχουμε μια επέκταση του πεδίου εφαρμογής αυτής της πράξης
  - Τι αλλάζει;

# Ο πολλαπλασιασμός...

- ... στους θετικούς ρητούς **δεν** μπορεί πάντα να έχει το νόημα της επαναλαμβανόμενης πρόσθεσης
  - $0,1 \times \frac{1}{3}$
- Ας δούμε με **διαφορετικό τρόπο** το νόημα του πολλαπλασιασμού στους φυσικούς
  - $3 \times 5 \rightarrow$  «3 φορές το 5»
  - αλλά και
  - $3 \times 5 \rightarrow$  «το **τριπλάσιο του 5**»
    - Αυτό το νόημα επεκτείνεται στην περίπτωση του  $0,1 \times \frac{1}{3}$

# Κρατήστε στο μυαλό σας

- Κατά τη (μαθηματική) γενίκευση, κάποιες φορές αλλάζει το νόημα των εννοιών
- Από την (ψυχολογική) άποψη του μαθητή η γενίκευση μπορεί να δημιουργήσει δυσκολίες
  - Κάποιες φορές η αλλαγή νοήματος δε γίνεται κατανοητή
  - Κάποιες φορές τα παιδιά **υπεργενικεύουν**

# Σκεφτείτε

- Το 1 κιλά κεράσια κοστίζουν 7,2 ευρώ. Πόσο κοστίζουν τα 0,6 κιλά;
- *Όταν ξέρω το ένα και ψάχνω να βρω τα πολλά, κάνω πολλαπλασιασμό*
- *Κάνω πολλαπλασιασμό μόνο στην περίπτωση που ξέρω το ένα και ψάχνω να βρω τα πολλά*

---

# Διαδικασίες συλλογισμού και εξαγωγής συμπερασμάτων

Επαγωγική και παραγωγική διαδικασία

---



# Επαγωγικός συλλογισμός

- Ξεκινώντας από ειδικές περιπτώσεις, βγάζω ένα γενικό(τερο) συμπέρασμα
  - Όταν το αντικείμενο Α δεν στηρίζεται, τότε πέφτει
  - Όταν το αντικείμενο Β δεν στηρίζεται, τότε πέφτει
  - Όταν το αντικείμενο Γ δεν στηρίζεται, τότε πέφτει
  - .....
  - Άρα, όταν τα αντικείμενα δεν στηρίζονται, τότε πέφτουν

# Άλλο παράδειγμα

- Ο κύκνος στη ζωγραφιά στο παραμύθι μου είναι άσπρος

- Οι κύκνοι στο Ζάππειο είναι άσπροι

- .....

- Οι κύκνοι που ζουν στο Βόρειο Ημισφαίριο είναι άσπροι

- .....

- .....

---

*Cygnus atratus* – ζει στην Αυστραλία



# Τα επαγωγικά συμπεράσματα...

- ... δεν είναι απαραίτητα αληθή, ακόμα και αν τα επιμέρους δεδομένα είναι αληθή.
- Χρησιμοποιούν οι άνθρωποι αποτελεσματικά τον επαγωγικό συλλογισμό;

# Έλεγχος υποθέσεων

(Wason's 2-4-6 task, 1968)

- Δίνεται μια ακολουθία αριθμών που ακολουθούν έναν κανόνα π.χ. 2 4 6
- Διαμόρφωσε μια υπόθεση: Ποιος είναι ο κανόνας;
- Έλεγε την υπόθεση: Δώσε 3 τριάδες και ο ερευνητής θα σου πει αν είναι σωστές ή όχι.
- Διατύπωσε τον κανόνα σου.
- Αν ο κανόνας σου δεν είναι σωστός, ξαναδοκίμασε

---

# Η προκατάληψη της επιβεβαίωσης

- Οι άνθρωποι τείνουν να αναζητούν ενδείξεις που επιβεβαιώνουν τις πεποιθήσεις τους, αντί για ενδείξεις που τις διαψεύδουν
-

---

Τι δουλειά έχει ο επαγωγικός  
συλλογισμός στο Νηπιαγωγείο;

---

Έτσι η ολοκληρωμένη ανάπτυξη των μαθηματικών εννοιών και διαδικασιών κάνει απαραίτητη την θεμελίωση από τις μικρότερες ηλικίες και τη βαθμιαία προσέγγιση τους με συστηματικές εμπειρίες και δράσεις.

Αν η εκπαίδευση επιδιώκει να προσφέρει στους μαθητές μαθηματική γνώση με νόημα και να τους υποστηρίξει ώστε να αποκτήσουν ένα σημαντικό μαθηματικό υπόβαθρο, θα χρειαστεί να δημιουργήσει μια πορεία ανάπτυξης των εννοιών και διαδικασιών από τα μικρότερα χρόνια και το νέο πρόγραμμα σπουδών για τα Μαθηματικά υποστηρίζει μια τέτοια οργάνωση.

## Ποια είναι η δομή και η οργάνωση του προγράμματος για τα Μαθηματικά στο νηπιαγωγείο;

Στη βάση της τεκμηρίωσης αυτής το πρόγραμμα των Μαθηματικών για την προσχολική ηλικία περιλαμβάνει όλους τους άξονες μαθηματικών εννοιών και διεργασιών που σχεδιάστηκαν για την ενιαία μαθηματική εκπαίδευση. Στην ηλικία αυτή εκκινούν οι διαδρομές ανάπτυξης των εννοιών που θα συνεχιστούν στις επόμενες ηλικίες και θα ολοκληρωθούν στο τέλος της υποχρεωτικής εκπαίδευσης και το Λύκειο.

Η οργάνωση του προγράμματος των Μαθηματικών για τη δεκάχρονη υποχρεωτική εκπαίδευση στηρίχθηκε στη λογική των **‘τροχιών’** ανάπτυξης εννοιών και διεργασιών οι οποίες οργανώνουν την πορεία που θα ακολουθήσει η μαθησιακή

εμπειρία των παιδιών και ερμηνεύουν την αντίστοιχη διδακτική προετοιμασία που είναι απαραίτητη. Θεωρείται ότι η οργάνωση αυτή, η οποία βοηθάει στο ξεπέραςμα των παλιών αντιλήψεων της κατάτμησης των επιδιωκόμενων μαθησιακών αποτελεσμάτων κατά ηλικία, επιτρέπει τη δημιουργία ενός συνεχούς στην ανάπτυξη των μαθηματικών ιδεών και υποστηρίζει τη βαθμιαία οικοδόμηση τους στην αντίληψη των μαθητών σύμφωνα με τις εποικοδομητικές αντιλήψεις για τη διδασκαλία και μάθηση.

Οι **πέντε άξονες** με τις τροχιές που αναπτύσσονται στο πρόγραμμα των Μαθηματικών και αφορούν την προσχολική ηλικία είναι:

- **Αριθμοί και πράξεις:** Φυσικοί αριθμοί ως το 10 και πράξεις
- **Χώρος και Γεωμετρία:** Προσανατολισμός στο χώρο, γεωμετρικά σχήματα, μετασχηματισμοί και οπτικοποίηση
- **Εισαγωγή στην Αλγεβρική σκέψη:** Κανονικότητες και ισότητες
- **Μετρήσεις:** Εισαγωγή στη μέτρηση μήκους, επιφάνειας, όγκου και χωρητικότητας
- **Στοχαστικά Μαθηματικά:** Οργάνωση δεδομένων και εισαγωγή στην πιθανότητα

Αποσαφηνίζεται ότι τα περισσότερα από τα στοιχεία αυτά τα παιδιά της προσχολικής ηλικίας δεν τα «διδάσκονται», ούτε

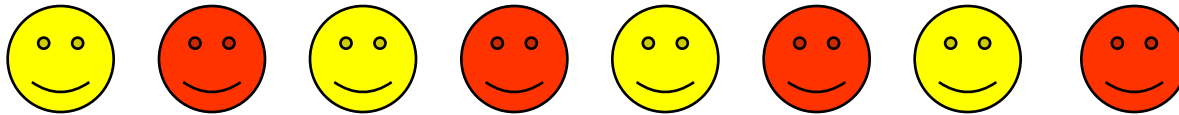


---

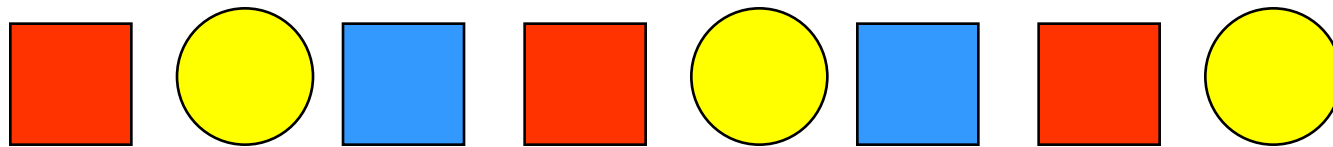
# Κανονικότητες

- Δευτέρα, Τρίτη, Τετάρτη, Πέμπτη, Παρασκευή, Σάββατο, Κυριακή, Δευτέρα, Τρίτη,...
-

# Κανονικότητες



# Κανονικότητες



---

# Κανονιότητες

- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...
  - 2, 4, 6, 8, 10, 12, ....
-

---

# Κανονικότητες

- Αναγνώριση
  - Περιγραφή
  - Συμπλήρωση
  - Κατασκευή
-

---

# Παραγωγικός συλλογισμός

- Το συμπέρασμα προκύπτει ως **λογική αναγκαιότητα**

# Δύο κανόνες της Λογικής για της εξαγωγή συμπερασμάτων

## ■ Modus ponens

$p \rightarrow q$

$p$

Άρα  $q$

## ■ Modus tollens

$p \rightarrow q$

Όχι  $q$

Άρα όχι  $p$

---

# Modus ponens

- Το  $p$  συνεπάγεται το  $q$ 
    - Αν ισχύει το  $p$ , τότε ισχύει και το  $q$ 
      - Αναγκαία/Οπωσδήποτε/Αναγκαστικά
  - Ισχύει το  $p$
  - Μπορείς να συμπεράνεις ότι **ισχύει το  $q$** .
-



# Modus Ponens - Παράδειγμα

- Αν βρέχει, τότε θα σε περιμένω μέσα στο μαγαζί.
  - Βρέχει
  - Άρα, σε περιμένω μέσα στο μαγαζί.
- 
- Αν βρέχει, τότε θα σε περιμένω μέσα στο μαγαζί.
  - Σε περιμένω μέσα στο μαγαζί
  - Άρα βρέχει



# Modus Tollens

- Το  $p$  συνεπάγεται το  $q$ 
  - Αν ισχύει το  $p$ , τότε ισχύει και το  $q$ 
    - Αναγκαία/Οπωσδήποτε/Αναγκαστικά
- Δεν ισχύει το  $q$
- Μπορείς να συμπεράνεις ότι δεν ισχύει και το  $p$ .
  - Διότι, ΑΝ ίσχυε το  $p$ , ΤΟΤΕ θα έπρεπε να ισχύει και το  $q$ .

# Modus Tollens – Παράδειγμα


- Αν βρέχει, τότε θα σε περιμένω μέσα στο μαγαζί.
  - Δε σε περιμένω μέσα στο μαγαζί.
  - Άρα, δε βρέχει
- 
- Αν βρέχει, τότε θα σε περιμένω μέσα στο μαγαζί.
  - Δε βρέχει
  - Άρα, δε σε περιμένω μέσα στο μαγαζί.



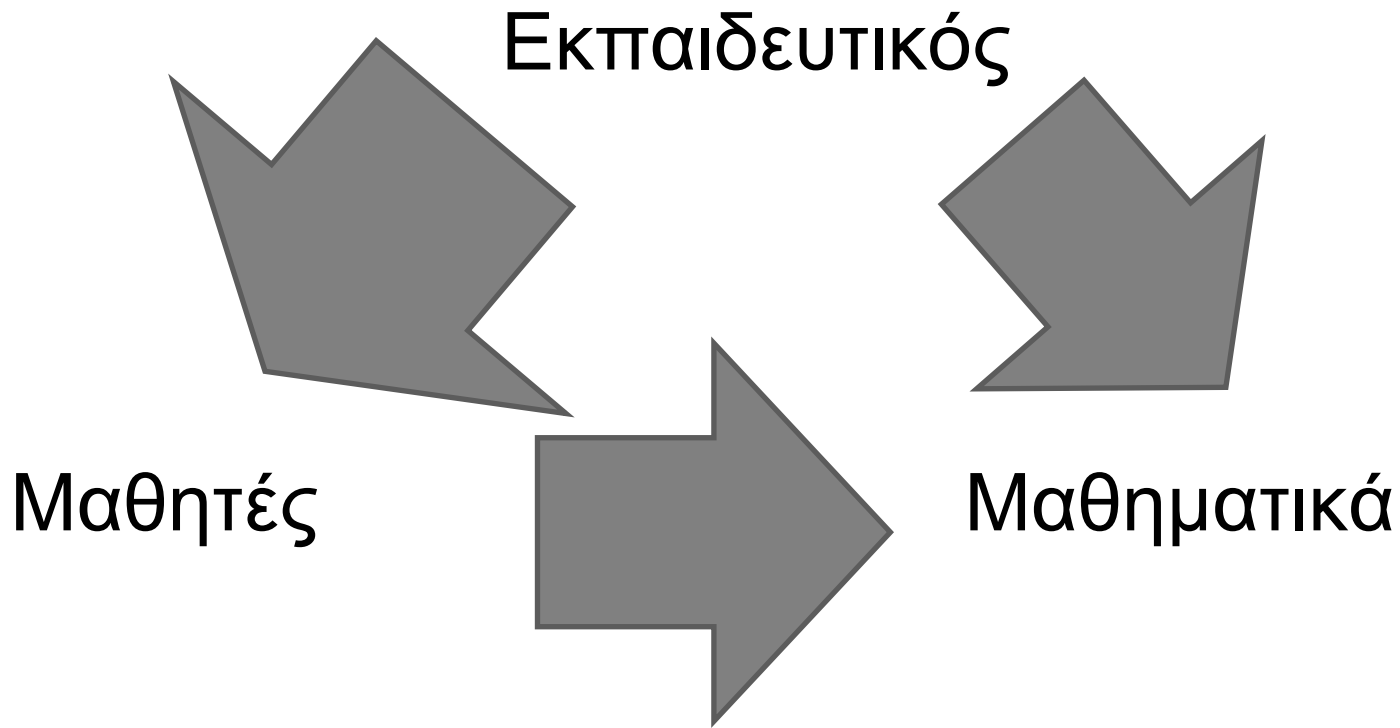
# Πλήθος πειραμάτων στο χώρο της Ψυχολογίας...

- ... έχουν δείξει ότι οι άνθρωποι υποπίπτουν σε πολλά σφάλματα στον παραγωγικό συμπερασμό
    - Κάνουν συλλογισμούς, οι οποίοι δεν είναι έγκυροι, και δέχονται ως αληθή τα συμπεράσματα
  - Οι άνθρωποι τείνουν να κρίνουν ως λογικά έγκυρους συλλογισμούς που καταλήγουν σε συμπεράσματα με τα οποία συμφωνούν και τα οποία πιστεύουν ότι είναι αληθή
    - Φαινόμενο γνωστό ως «προκατάληψη των πεποιθήσεων»
-

# Προκατάληψη των πεποιθήσεων

- Όλες οι μηλιές έχουν μήλα
  - Αυτό το δέντρο έχει μήλα
  - Άρα, αυτό το δέντρο είναι μηλιά
- 
- Όλοι οι ποδοσφαιριστές είναι δυνατοί
  - Αυτός ο άντρας είναι δυνατός
  - Άρα, αυτός ο άντρας είναι ποδοσφαιριστής

# Διδακτικό Σύστημα - Τρίγωνο



---

Σε επόμενα μαθήματα θα επικεντρωθούμε αρχικά στην κορυφή...

**Μαθηματικά**

---

# Γεωμετρικά σχήματα

*Αναγνώριση,  
ονομασία  
και ταξινόμηση  
επίπεδων και  
στερεών γεωμετρικών  
σχημάτων*

Γ4 Αναγνωρίζουν και ταξινομούν τα βασικά επίπεδα και στερεά σχήματα με βάση γενικά χαρακτηριστικά και σε ποικιλία θέσεων, μεγεθών και προσανατολισμών.

Γ4  
- ενθαρρύνονται να παίξουν παιχνίδια γρήγορης αναγνώρισης σχημάτων

Γ4  
➤ ενθαρρύνουν τα παιδιά να εντοπίσουν και να φέρουν για να γνωρίσουν και στα άλλα παιδιά τα σχήματα που τα ίδια γνωρίζουν.  
➤ αποφεύγουν τις τετριμμένες δράσεις αναγνώρισης και εμπλουτίζουν τα σχήματα με περισσότερες μορφές σε διαφορετικά μεγέθη και προσανατολισμούς



**Ανάλυση επίπεδων  
και στερεών  
γεωμετρικών  
σχημάτων σε στοιχεία  
και ιδιότητες**

Γ5 Περιγράφουν επίπεδα και στερεά γεωμετρικά σχήματα χρησιμοποιώντας τα στοιχεία και ιδιότητες.

- Γ5
- καλούνται να περιγράψουν *επίπεδα και στερεά γεωμετρικά σχήματα* με αναφορά στα στοιχεία τους (κορυφές, πλευρές, γωνίες) και στις ιδιότητες (ίσες πλευρές, μεγαλύτερο κλπ).
  - οδηγούνται βαθμιαία και σε κατηγορίες στην ίδια ομάδα σχημάτων (πχ. τα διαφορετικά τρίγωνα ή τετράπλευρα)

- Γ5
- οργανώνουν παιχνίδια αναγνώρισης των γεωμετρικών σχημάτων μέσα από την περιγραφή τους
  - δημιουργούν καταστάσεις όπου τα παιδιά χρειάζεται να περιγράψουν τις ιδιότητες των σχημάτων, (π.χ. μια παραλλαγή του παιχνιδιού taboo: 'έχει μόνο δυο επίπεδες πλευρές και η επιφάνειά του είναι κυκλική', ... 'έχει έξι πλευρές ίδιες' κ.λπ.)
  - οργανώνουν παιχνίδια του τύπου: «Μαντεύω τον κανόνα» για να οδηγήσουν τα παιδιά να ασχοληθούν με ιδιότητες (Δραστηριότητα ΓΔ3)

**Ανάλυση επίπεδων  
και στερεών  
γεωμετρικών  
σχημάτων σε στοιχεία  
και ιδιότητες**

Γ5 Περιγράφουν επίπεδα και στερεά γεωμετρικά σχήματα χρησιμοποιώντας τα στοιχεία και ιδιότητες.

- Γ5
- καλούνται να περιγράψουν *επίπεδα και στερεά γεωμετρικά σχήματα* με αναφορά στα στοιχεία τους (κορυφές, πλευρές, γωνίες) και στις ιδιότητες (ίσες πλευρές, μεγαλύτερο κλπ).
  - οδηγούνται βαθμιαία και σε κατηγορίες στην ίδια ομάδα σχημάτων (πχ. τα διαφορετικά τρίγωνα ή τετράπλευρα)

- Γ5
- οργανώνουν παιχνίδια αναγνώρισης των γεωμετρικών σχημάτων μέσα από την περιγραφή τους
  - δημιουργούν καταστάσεις όπου τα παιδιά χρειάζεται να περιγράψουν τις ιδιότητες των σχημάτων, (π.χ. μια παραλλαγή του παιχνιδιού taboo: 'έχει μόνο δυο επίπεδες πλευρές και η επιφάνειά του είναι κυκλική', ... 'έχει έξι πλευρές ίδιες' κ.λπ.)
  - οργανώνουν παιχνίδια του τύπου: «Μαντεύω τον κανόνα» για να οδηγήσουν τα παιδιά να ασχοληθούν με ιδιότητες

## Κατασκευές γεωμετρικών σχημάτων και στερεών

Γ6 Κατασκευάζουν επίπεδα και στερεά γεωμετρικά σχήματα με διάφορα μέσα.

- Γ6
- χρησιμοποιούν μια ποικιλία υλικών για να κατασκευάσουν σχήματα και να προσεγγίσουν έτσι άτυπα ιδιότητες και σχέσεις (έχει τέσσερις ίσες πλευρές κλπ)
  - συγκρίνουν και συζητούν τις κατασκευές τους

- Γ6
- προτείνουν μια ποικιλία υλικών που αναδεικνύουν διαφορετικές ιδιότητες (ευθύγραμμο, εύκαμπτα, το γεωπλάστο, το τετραγωνισμένο χαρτί, κλπ.).
  - μετά το τέλος των κατασκευών ενθαρρύνουν συζητήσεις που αναδεικνύουν ιδιότητες («πόσα υλικά χρησιμοποίησες; Πώς τα τοποθέτησες;» κ.ά.).

**Ανάλυση ή σύνθεση  
γεωμετρικών  
σχημάτων  
και στερεών σε άλλα  
σχήματα ή μέρη**

Γ8 Συνθέτουν και αναλύουν απλά επίπεδα γεωμετρικά σχήματα και στερεά σε 2 ή περισσότερα μέρη.

Γ8

- συνθέτουν και να αναλύουν απλά επίπεδα γεωμετρικά σχήματα και στερεά σε δύο ή περισσότερα μέρη.
- επικαλύπτουν περιγράμματα μορφών και σχηματισμών με σχήματα
- χρησιμοποιούν κατάλληλο υλικό γεωμετρικών σχημάτων που αναλύεται και επανασυνδέεται στο αρχικό σχήμα
- πειραματίζονται με χάρτινα επίπεδα σχήματα που τα κόβουν και δημιουργούν άλλα σχήματα
- κάνουν συνθέσεις με το οικοδομικό υλικό και επινοούν τρόπους για να παράγουν νέα μεγαλύτερα γεωμετρικά σχήματα

Γ8

- οργανώνουν παιχνίδια κατασκευών με επίπεδα γεωμετρικά σχήματα του τύπου «βάζω μαζί σχήματα για να φτιάξω άλλα», προτείνουν επικαλύψεις, τανγκράμ, δημιουργικές κατασκευές με δεδομένα σχήματα («τί μπορώ να φτιάξω με τέσσερα τρίγωνα;»)
- οργανώνουν παιχνίδια κατασκευών με στερεά («πόσα διαφορετικά σπίτια μπορείτε να κατασκευάσετε με τέσσερις κύβους;»)
- ενθαρρύνουν τα παιδιά να συγκρίνουν τις συνθέσεις τους και να τις συζητούν μέσα στην τάξη (Δραστηριότητα ΓΔ4)

---

Επίλυση προβλήματος

---

---

# Τι είναι πρόβλημα;

- Μια κατάσταση η οποία απαιτεί μια απόφαση ή απάντηση από τον επίδοξο λύτη, ο οποίος **ΕΚ ΤΩΝ ΠΡΟΤΕΡΩΝ**
    - δε γνωρίζει ποια είναι
      - ή αν υπάρχει ή πόσες υπάρχουν
    - δε γνωρίζει ούτε και πώς ακριβώς θα φτάσει σε αυτή.
-

# «Προβλήματα» και μικρά παιδιά

- Η επίλυση προβλημάτων είναι ένα κεντρικό κομμάτι της ζωής όλων μας – και των μικρών παιδιών
  - Πώς θα βρω το παιχνίδι που έχω χάσει;
  - Πώς γίνεται οι άνθρωποι να ζουν πάνω στο κάτω μέρος της (στρογγυλής) γης χωρίς να πέφτουν;
  - Ποιο ποτήρι με συμφέρει να διαλέξω για να πιω περισσότερο χυμό;
  - Πώς να αρχίσω το πάζλ μου;
  - Πώς θα φτάσω το γλυκό πάνω στο ντουλάπι; Πώς θα το φάω χωρίς να με καταλάβει η μαμά;
  - Πώς θα μοιραστούμε δίκαια ένα γλυκό με τον αδερφό μου;
- Κατά την επίλυση προβλημάτων επιστρατεύονται γνωστικές διαδικασίες (αντίληψη, μνήμη, συλλογισμός), γνώσεις, επικοινωνία, στρατηγικές, εργαλεία, άλλοι άνθρωποι.

# Μια επιστημολογική άποψη ...

- ...για τα Μαθηματικά και τη μαθηματική γνώση είναι ότι αναπτύσσονται γύρω από **προβλήματα**
  - πρακτικά ή θεωρητικά
- Αυτή η άποψη είναι ευρέως αποδεκτή στη Διδακτική των Μαθηματικών
  - Και η επίλυση προβλήματος αξιοποιείται διδακτικά ως πεδίο **ενεργοποίησης** και εφαρμογής μαθηματικής γνώσης, αλλά και ως πεδίο ανάπτυξης νέων μαθηματικών εργαλείων και εννοιών



# Προβλήματα

- Κάνε τη ζυγαριά να ισορροπήσει
- Βρες ένα αντικείμενο που είναι τόσο ψηλό, όσο (μια ράβδος)
- Βρες τα περισσότερα/λιγότερα
- Μοίρασε μια σακούλα καραμέλες δίκαια
- Μοίρασε ένα κομμάτι πλαστελίνη δίκαια
- Βρες ένα τρόπο να τακτοποιήσεις τα κουτιά για να πιάνουν το λιγότερο χώρο
- .....

# Προβλήματα

- Κάνε τη ζυγαριά να ισορροπήσει
- Βρες ένα αντικείμενο που είναι τόσο ψηλό, όσο (μια ράβδος)
- Βρες τα περισσότερα/λιγότερα
- Μοίρασε μια σακούλα καραμέλες δίκαια
- Μοίρασε ένα κομμάτι πλαστελίνη δίκαια
- Βρες ένα τρόπο να τακτοποιήσεις τα κουτιά για να πιάνουν το λιγότερο χώρο

---

# Πρόβλημα

- Είμαστε μια ομάδα ... παιδιών και θέλουμε να μοιραστούμε δίκαια μια τούρτα
-

---

# Πρόβλημα

- Θα οργανώσουμε μια μικρή γιορτή στην τάξη.
  - Θα αποφασίσουμε όλοι μαζί για τη γιορτή μας.
-

---

Διαδικασία επίλυσης προβλήματος

---

# Η (κλασική) άποψη του Polya

- Τέσσερις φάσεις:
  - Πρέπει να κατανοήσουμε το πρόβλημα
  - Πρέπει να βρούμε τη σχέση ανάμεσα στα δεδομένα και το ζητούμενο και να βρούμε ένα σχέδιο
  - Εκτελούμε το σχέδιο
  - Εξετάζουμε τη λύση που βρήκαμε.
- Φαίνεται γραμμική διαδικασία, αλλά δεν είναι!

---

# Κατανόηση προβλήματος

- Ποια είναι η κατάσταση που αντιμετωπίζω; Ποιο ακριβώς είναι το ερώτημα/ερωτήματα που πρέπει να απαντήσω; Τι πληροφορίες έχω; Ποιες από αυτές είναι χρήσιμες και ποιες όχι;

- .....

---

# Αναζήτηση σχέσεων και σχεδιασμός

- Η αναζήτηση σχέσεων και κανονικοτήτων είναι από τα πιο απαιτητικά στάδια
  - Και συνδέεται με τα μαθηματικά εργαλεία που θα επιλέξω/αναπτύξω
- Σχεδιασμός
  - Πώς θα ξεκινήσω; Πού θέλω να φτάσω; Υπάρχουν ενδιάμεσα ερωτήματα που θα έπρεπε να απαντήσω; Υπάρχει καλύτερος τρόπος να προχωρήσω, από αυτόν που μου ήρθε πρώτος στο κεφάλι; Αν υποθέσουμε ότι ....



---

# Επιτέλεση του σχεδίου

- Εφαρμόζω κάποιες διαδικασίες
- Ελέγχω την εφαρμογή τους

---

# Εξέταση της λύσης

- Είναι λογική;
  - Είναι μοναδική;
  - Υπάρχει καλύτερη;
  - .....
  - Γιατί πιστεύω ότι είναι σωστή;
-

---

## Και μια πολύ σημαντική συνιστώσα:

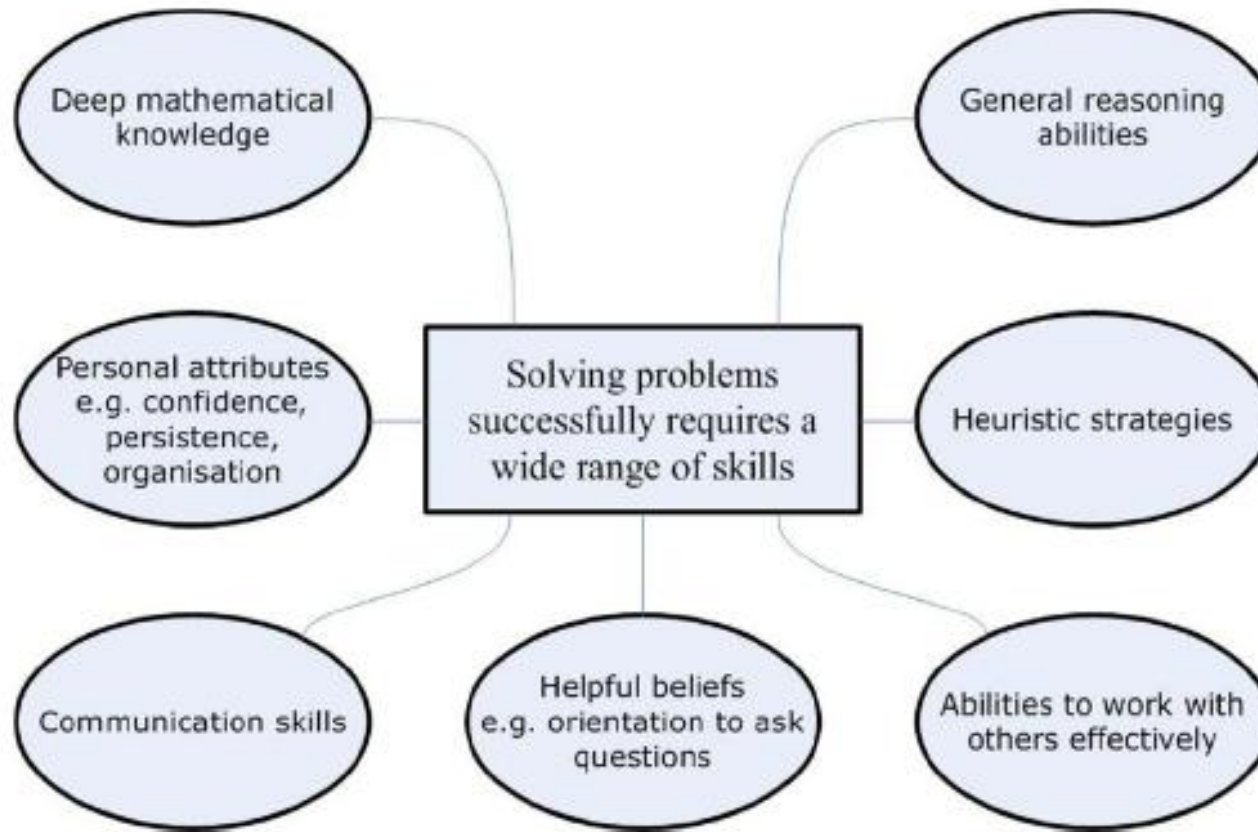
- Πολλά (και στην εποχή μας, όλο και περισσότερα) προβλήματα ΔΕ λύνονται ατομικά
-

---

# Καταστάσεις

- Δράσης
  - **Επικοινωνίας**
  - Ελέγχου
- Σκεφτείτε το σε σχέση με τις φάσεις του Polya και τόσο σε ατομικό, όσο και σε ομαδικό επίπεδο
-

# Συνιστώσες της επιτυχημένης επίλυσης προβλήματος



*Η Δανάη έχει τη γιορτή της και έχει καλέσει 3 φίλους της για φαγητό. Μαζί με τη μητέρα της, στρώνουν το τραπέζι, στο οποίο θα κάτσουν όλα μαζί τα παιδιά. Για κάθε παιδί, βάζουν 1 πιάτο, ένα μαχαίρι, ένα πηρούνι, μια χαρτοπετσέτα και 2 ποτήρια, ένα για το νερό και ένα για το αναψυκτικό. Για κάθε 2 παιδιά, βάζουν ένα πιάτο με σαλάτα. Πόσα αντικείμενα υπάρχουν πάνω στο τραπέζι;*

- Πώς μπορεί να δουλευτεί μια προσβάσιμη σε μικρά παιδιά μορφή του προβλήματος;

