

Περιεχόμενα

0	Προκαταρκτικά	1
0.1	Σύνολα	1
0.2	Συναρτήσεις	2
0.3	Ικανές και αναγκαίες συνθήκες	12
0.4	Μαθηματική Επαγωγή	13
0.5	Βασικές Ταυτότητες-Ανισότητες-Αθροίσματα	14
1	Πραγματικοί αριθμοί- ακολουθίες	19
1.1	Αξιωματική θεμελίωση του \mathbb{R}	19
1.2	Βασικές προτάσεις	28
1.3	Στοιχεία από την τοπολογία του \mathbb{R}	34
1.4	Η έννοια του ορίου ακολουθίας	40
1.5	Η έννοια της υπακολουθίας	45
1.6	Η άλγεβρα των ορίων-Βασικά θεωρήματα	48
1.7	Μονότονες ακολουθίες	55
1.8	Κιβωτισμός διαστημάτων και οι συνέπειές του	67
1.9	Απειριζόμενες ακολουθίες	72
1.10	Σημεία συσσώρευσης ακολουθίας	77
1.11	Ακολουθίες του Cauchy	81
1.12	Ανώτερο και κατώτερο όριο ακολουθίας	90
1.13	Μια σημαντική ισοδυναμία	95
1.14	Επανάληψη του Κεφαλαίου 1	97
2	Σειρές	103
2.1	Η έννοια της σειράς	103
2.2	Σύγκλιση της σειράς	105
2.3	Βασικές ιδιότητες των σειρών	110
2.4	Κριτήρια σύγκλισης σειρών	112
2.5	Σειρές με θετικούς φθίνοντες όρους	130
2.6	Εναλλασσόμενες σειρές	133
2.7	Απόλυτη και υπό συνθήκη σύγκλιση	136

2.8	Κριτήρια των Abel και Dirichlet	142
2.9	Ειδικά κριτήρια σύγκλισης σειρών	147
2.10	Ομαδοποίηση και αναδιάταξη	154
2.11	Γινόμενο σειρών	156
2.12	Απειρογινόμενα	159
2.13	Δυναμοσειρές	164
2.14	Επανάληψη του Κεφαλαίου 2	167
3	Όριο συνάρτησης	173
3.1	Γενικά	173
3.2	Ακολουθιακός ορισμός της σύγκλισης	175
3.3	Ορισμός της σύγκλισης κατά Cauchy	184
3.4	Φραγμένες συναρτήσεις	198
3.5	Ιδιότητες συγκλινοσών συναρτήσεων	201
3.6	Μερικά αξιοσημείωτα όρια	208
3.7	Συνθήκες για την ύπαρξη του ορίου	213
3.8	Επανάληψη του Κεφαλαίου 3	217
4	Συνέχεια συνάρτησης	221
4.1	Γενικά	221
4.2	Ορισμοί και παρατηρήσεις	221
4.3	Ιδιότητες των συνεχών συναρτήσεων	230
4.4	Είδη ασυνέχειας	235
4.5	Συνέχεια σε κλειστό και φραγμένο διάστημα	241
4.6	Ομοιόμορφη συνέχεια	252
4.7	Συνέχεια αντίστροφης συνάρτησης	264
4.8	Αντίστροφες τριγωνομετρικές συναρτήσεις	274
4.9	Υπερβολικές και αντίστροφες υπερβολικές συναρτήσεις	279
4.10	Επανάληψη του Κεφαλαίου 4	285
5	Παράγωγος συνάρτησης	291
5.1	Ορισμός της παραγώγου	291
5.2	Ιδιότητες της παραγώγου	300
5.3	Παράγωγοι στοιχειωδών συναρτήσεων	305
5.4	Παράγωγοι ανώτερης τάξης	313
5.5	Γεωμετρική ερμηνεία της παραγώγου	321
5.6	Διαφορικό συνάρτησης	325
5.7	Θεώρημα του Darboux	328
5.8	Θεώρημα του Rolle	331
5.9	Θεωρήματα Μέσης Τιμής	338
5.10	Απροσδιόριστες μορφές	360
5.11	Τύπος του Taylor	373
5.12	Ακρότατα συνάρτησης	386
5.13	Κυρτές και κοίλες συναρτήσεις-Σημεία καμπής	400

5.14	Ασύμπτωτες συνάρτησης	416
5.15	Μελέτη συνάρτησης και γραφική παράσταση	419
5.16	Εφαρμογές της μελέτης των συναρτήσεων στις ακολουθίες	424
5.17	Επανάληψη του Κεφαλαίου 5	434
Παράρτημα		455
Απόδειξη του Θεωρήματος Μέσης Τιμής, χωρίς χρήση του Θεωρήματος του Rolle		457
Απαντήσεις-Υποδείξεις-Λύσεις		463
Θέματα Εξετάσεων		487
Βιβλιογραφία		503
Ευρετήριο όρων-ονομάτων		507