
Ανάπτυξη αλγεβρικής σκέψης

...από τα πρώτα σχολικά χρόνια

«Παραδοσιακά»...

... η Αριθμητική και η Άλγεβρα θεωρούνται δύο διακριτά αντικείμενα και διδάσκονται διαδοχικά

- Αριθμητική στην Πρωτοβάθμια
- Άλγεβρα στη Δευτεροβάθμια
 - Ή στις τελευταίες τάξεις του Δημοτικού

Γιατί;;

- «Ιστορικοί» λόγοι
 - Η Άλγεβρα είναι ιστορικά μεταγενέστερη της Αριθμητικής
- «Ψυχολογικοί» λόγοι
 - Η Άλγεβρα απαιτεί αφαιρετική σκέψη
 - Σύμφωνα με τον Piaget, η αφαιρετική σκέψη δεν είναι στο πλαίσιο των δυνατοτήτων των μικρών παιδιών
 - Η επιρροή του Piaget ήταν μεγάλη, αλλά από τότε έχουμε μάθει ότι **-υπό κατάλληλες συνθήκες-** τα μικρά παιδιά είναι ικανά για περισσότερα απ' όσα προέβλεπε η θεωρία του

Πόσο αποτελεσματική...

...είναι η θεώρηση αυτή;

Προβλήματα στο πέρασμα από την Αριθμητική στην Άλγεβρα

- Έρευνες σε παιδιά που ακολουθούν τον «παραδοσιακό» προγραμματισμό της διδασκαλίας (πρώτα Αριθμητική, μετά Άλγεβρα) δείχνουν ότι η εισαγωγή της Άλγεβρας συνοδεύεται από μεγάλη αποτυχία των παιδιών στα Μαθηματικά
 - Χειρισμός συμβόλων χωρίς κατανόηση (λάθη, παρανοήσεις, αδυναμία αξιοποίησης της Άλγεβρας για μαθηματική μοντελοποίηση πραγματικών καταστάσεων)
 - Π.χ. ένα παιδί μπορεί να λύσει μια εξίσωση, αλλά δεν μπορεί να κατασκευάσει μια εξίσωση για να περιγράψει μια κατάσταση
 - Συχνά, η **προϋπάρχουσα γνώση** για την Αριθμητική γίνεται εμπόδιο στην κατανόηση της Άλγεβρας

Ασυμβατότητες μεταξύ Αριθμητικής και Άλγεβρας: Το σύμβολο της ισότητας

■ Αριθμητική

- Το “=” ερμηνεύεται κυρίως ως εντολή για την εκτέλεση πράξεων
 - $15 + 16 = \dots$

■ Άλγεβρα

- Το “=” σημαίνει τη **σχέση** ισότητας μεταξύ δύο παραστάσεων
 - $15 + x = 8 + 2x$

Ασυμβατότητες μεταξύ Αριθμητικής και Άλγεβρας: Η χρήση των γραμμάτων

■ Αριθμητική

- Τα γράμματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως συντομογραφίες – ταμπέλες
 - Π.χ. “10m” μπορεί να σημαίνει “10 μέτρα”, δηλ. 10 φορές το 1 μέτρο

■ Άλγεβρα

- Τα γράμματα χρησιμοποιούνται κυρίως ως μεταβλητές
 - Τώρα “10m” σημαίνει “10 επί m”

Ασυμβατότητες μεταξύ Αριθμητικής και Άλγεβρας: Τα σύμβολα “+” και “-”

■ Αριθμητική

- Ένας αριθμός που δεν έχει πρόσημο είναι θετικός, ενώ ένας αριθμός που έχει μπροστά το “-” είναι αρνητικός

■ Άλγεβρα

- Το x μπορεί να είναι θετικός για κάποιες τιμές, αρνητικός για κάποιες άλλες. Το ίδιο και το $-x$

... και αυτές δεν είναι παρὰ λίγες από
τις διαφορές

Δύο δρόμοι για την αντιμετώπιση του προβλήματος

- Να αναδειχθεί ο **αλγεβρικός χαρακτήρας** της **Αριθμητικής**
 - Όστε να αμβλυνθούν οι διαφορές μεταξύ Αριθμητικής και Άλγεβρας
- Να υποστηριχθεί η **ανάπτυξη της αλγεβρικής σκέψης** από νωρίς

Ο αλγεβρικός χαρακτήρας της Αριθμητικής

Διερευνώντας την ισότητα και την ανισότητα ως σχέσεις

Παρατηρήστε τις παρακάτω σχέσεις

- $7+3 = \dots$
 - $7+\dots = 10$
 - $\dots + 3 = 10$
-
- Ποια/ες από αυτές εμφανίζονται συχνότερα στο σχολείο;
 - Ποια/ποιες από αυτές αναδεικνύουν περισσότερο το ρόλο του '=' ως σύμβολο ισότητας (σχέσης);
-

Παρομοίως

- $3+5 < \dots$

- $3 + \dots < 10$

- $\dots + \dots < 10$

➤ Αντικαταστήστε το ' $<$ ' με ' $>$ '. Τι παρατηρείτε;

Στο Νηπιαγωγείο;

ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ: Άλγεβρα

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ	ΜΑΘΗΣΙΑΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ	ΙΔΕΕΣ ΓΙΑ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ – ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ	
		Η υλοποίηση του στόχου διευκολύνεται όταν για παράδειγμα τα παιδιά...	Οι εκπαιδευτικοί συμβάλλουν στην υλοποίηση του στόχου όταν για παράδειγμα...
<i>Ισότητα/ανισότητα: Έννοια της ισότητας και ανισότητας</i>	Α4. Διερευνούν την έννοια της ισότητας και ανισότητας σε διαφορετικά πλαίσια. (Στόχος από γεωμετρία, μέτρηση και αριθμούς)		

Στο Νηπιαγωγείο; Πώς;;

- Ας δούμε ένα εκπαιδευτικό υλικό
-

Η από νωρίς ανάπτυξη της αλγεβρικής σκέψης

Ποια είναι όμως τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της Άλγεβρας και της αλγεβρικής σκέψης;

Σκεφτείτε τι απαιτείται...

...για να λύσουμε ένα πρόβλημα χρησιμοποιώντας εξίσωση

Πρόβλημα

- Η Μαρία έχει 15 μολύβια. Τα μολύβια της είναι 3 λιγότερα από τα μολύβια του Γιάννη. Πόσα μολύβια έχει ο Γιάννης;
 - Αναζήτηση μιας **σχέσης**
 - Απόπειρα έκφρασης της **σχέσης*** με ένα **συμβολικό** τρόπο
 - $15 = x - 3$
 - **Συσχέτιση, αναπαράσταση, γενίκευση, τυποποίηση**
 -



- Αν ξέρουμε τη λύση **ΕΚ ΤΩΝ ΠΡΟΤΕΡΩΝ**, το να γράψουμε την εξίσωση είναι άσκηση στην αναπαράσταση και την τυποποίηση
- Αν όμως δεν την ξέρουμε, η απόπειρα να γράψουμε την εξίσωση και η αναγνώριση της σχέσης είναι **συνυφασμένες**

Λέξεις-κλειδιά για την Άλγεβρα

Συσχέτιση, αναπαράσταση,
γενίκευση, τυποποίηση

Τα μοτίβα και ο ρόλος τους*...

...στην ανάπτυξη της αλγεβρικής σκέψης

*

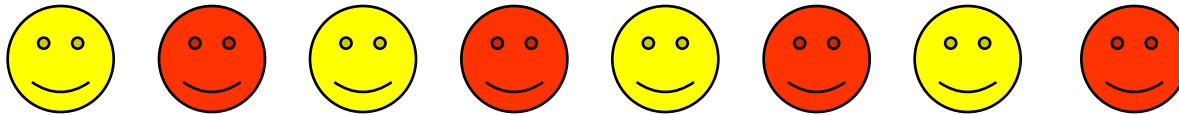
aka κανονικότητες, πρότυπα

Μοτίβα

- Δευτέρα, Τρίτη, Τετάρτη, Πέμπτη, Παρασκευή, Σάββατο, Κυριακή, Δευτέρα, Τρίτη,...

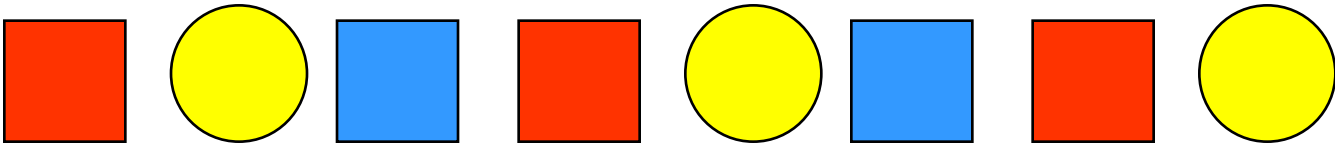
-
-

Μοτίβα

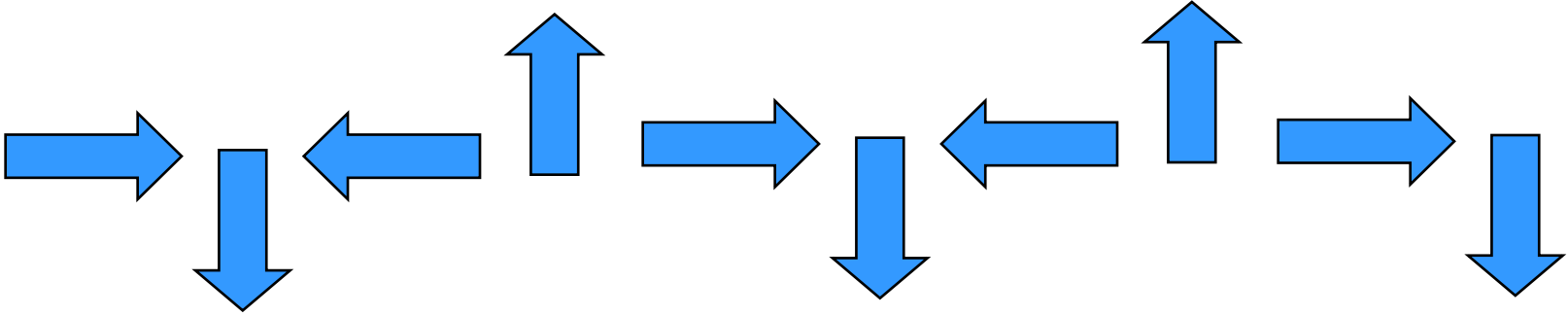


- Ποιο είναι το επόμενο;
 - Πόσο μπορεί να συνεχιστεί;
- Ποιος είναι ο πρώτος όρος; Ποιος ο δεύτερος;
- Ποιος είναι ο κανόνας;
- Ποιο είναι το κομμάτι που επαναλαμβάνεται;
- Μπορείς να το περιγράψεις σε ένα φίλο σου;
- Μπορείς να φτιάξεις ένα δικό σου;

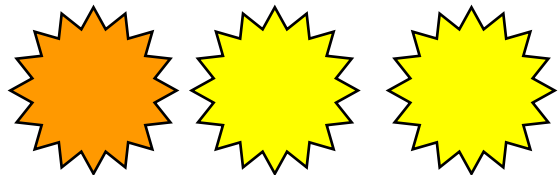
Μοτίβα



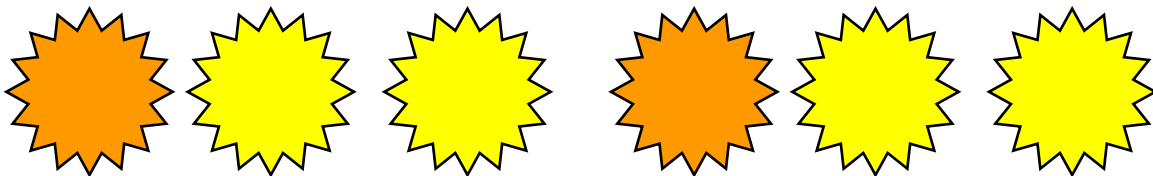
Μοτίβα



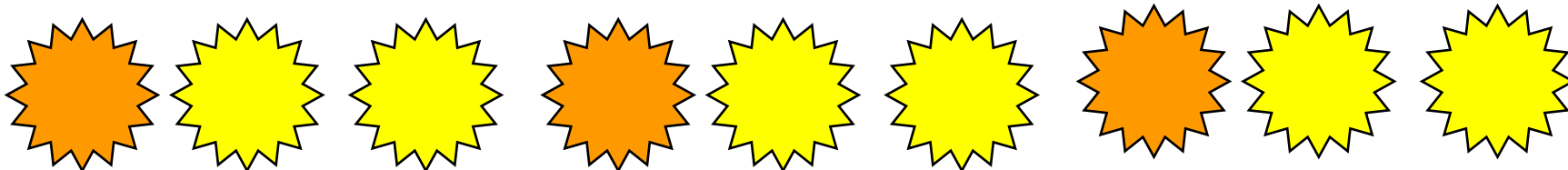
Μοτίβα



Τα κίτρινα είναι από τα πορτοκαλί



Τα κίτρινα είναι από τα πορτοκαλί



Τα κίτρινα είναι από τα πορτοκαλί

Μοτίβα

- 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15,
 - 2, 4, 6, 8, 10, 12,
 - 2, 4, 8, 16, 32,
 - $1/2, 3/6, 4/8, 5/10, 6/12, \dots$
-

Μοτίβα

-
- 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29
- 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19
- 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Μοτίβα

➤ 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21....

➤ 1, 2, 4, ...

Δύο ειδών μοτίβα

Επαναλαμβανόμενα και
Αναπτυσσόμενα

Επαναλαμβανόμενο μοτίβο

■ Επαναλαμβανόμενο μοτίβο:

121212121212.....

- Για να το συνεχίσουμε: Αναγνώριση της μονάδας επανάληψης (12)
- Για να βρούμε το 10^ο όρο: Επαναλαμβάνουμε όσο χρειάζεται
- Πώς θα βρούμε τον 1.000.000^ο όρο;
- Πρέπει να **συσχετίσουμε** τον **όρο** με τη **θέση** του
 - 1, αν n περιττός, 2, αν n άρτιος

Ο ρόλος των μοτίβων II

- Αναπτυσσόμενο μοτίβο
1, 3, 5, 7, ...
- Για τη συνέχιση, αρκεί να βρούμε τον κανόνα
 - «Προστίθεται το 2 κάθε φορά»
- Για να βρούμε το γενικό όρο, μπορούμε να **συσχετίσουμε** κάθε **όρο** με τον **προηγούμενό** του (αναδρομική συσχέτιση)
 - $a_1=1, a_n=a_{n-1} + 2$
- Ή να **συσχετίσουμε** κάθε **όρο** με τη **θέση** του (συναρτησιακή συσχέτιση)
 - $a_n=1+ (n-1) \cdot 2$
 - Ποια είναι η ισχυρότερη συσχέτιση;

Συμπερασματικά

- Τα μοτίβα δίνουν μια ευκαιρία για διερεύνηση σχέσεων, συσχετίσεις, αναπαράσταση, γενίκευση, τυποποίηση
 - Γι' αυτό και εισάγονται στην ενότητα περιεχομένου «Άλγεβρα» στο νέο Αναλυτικό
-

ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ: Άλγεβρα

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ	ΜΑΘΗΣΙΑΚΟΙ ΣΤΟΧΟΙ	ΙΔΕΕΣ ΓΙΑ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ – ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΚΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ	
		Η υλοποίηση του στόχου διευκολύνεται όταν για παράδειγμα τα παιδιά...	Οι εκπαιδευτικοί συμβάλλουν στην υλοποίηση του στόχου όταν για παράδειγμα...
Κανονικότητες: Αναγνώριση, συμπλήρωση, περιγραφή/εξήγηση κανονικότητας	Τα παιδιά: A1. Αναγνωρίζουν, περιγράφουν και συμπληρώνουν κανονικότητες με χειραπτικό ή εικονιστικό υλικό	A1 <ul style="list-style-type: none">- αναγνωρίζουν, περιγράφουν και συμπληρώνουν μοτίβα ή άλλες κανονικότητες με χειραπτικό ή εικονιστικό υλικό που προτείνεται από το περιβάλλον ή κατασκευάζεται.- εντοπίζουν τα στοιχεία που λείπουν ή τα στοιχεία που είναι λάθος- περιγράφουν με λόγια το σχέδιο με το οποίο είναι κατασκευασμένη μια κανονικότητα και τη συζητούν στην τάξη	A1 <ul style="list-style-type: none">➤ μετά τη δράση των παιδιών οργανώνουν συζητήσεις όπου τα παιδιά παρουσιάζουν τα σχέδια των κανονικοτήτων ενθαρρύνοντας με ερωτήσεις του τύπου «ποιο είναι το σχέδιο;» ή «αν θέλαμε να δείξουμε με σχέδιο αυτό το μοτίβο στα παιδιά της διπλανής τάξης, τι θα παρουσιάζαμε;»➤ αξιοποιούν το ψηφιακό περιβάλλον GCompris Ελεύθερο Λογισμικό/Λογισμικό Ανοικτού Κώδικα, (ΕΛ/ΛΑΚ) στη διαδρομή: «Δραστηριότητες ανακάλυψης-Συλλογή ποικίλων δραστηριοτήτων-Αλγόριθμος» http://gcompris.net/-el-
Κατασκευή κανονικότητας	A2. Κατασκευάζουν δικές τους κανονικότητες με υλικό.	A2 <ul style="list-style-type: none">- επινοούν τα δικά τους μοτίβα τα οποία συγκρίνουν και περιγράφουν.- μετατρέπουν από το ένα υλικό σε ένα άλλο διατηρώντας το σχέδιο ή σχεδιάζουν- περιγράφουν το σχέδιο που δημιούργησαν ώστε κάποια άλλα παιδιά να το ανακατασκευάσουν χωρίς να το βλέπουν	