
Αριθμητικές έννοιες

Οι αριθμοί...

... ως εργαλεία και ως αντικείμενα

Μια διάκριση (I)

- Τα πέντε μήλα είναι περισσότερα από τα τέσσερα μήλα
 - Το πέντε είναι μεγαλύτερο από το τέσσερα
 - Υπάρχουν ομοιότητες ανάμεσα στις δύο παραπάνω δηλώσεις; Υπάρχουν διαφορές; Ποιες;
-

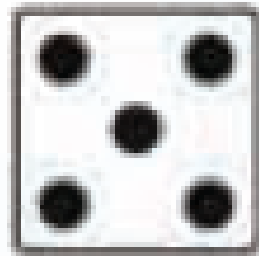
Μια διάκριση (II)

- Αν έχεις **τρία μήλα** και σου δώσω άλλα **δύο μήλα** θα έχεις **πέντε μήλα**
 - Αν προσθέσω στο **τρία** το **δύο** παίρνω **πέντε**
 - **$3 + 2 = 5$**
- Υπάρχουν ομοιότητες ανάμεσα στις τρεις παραπάνω δηλώσεις; Υπάρχουν διαφορές; Ποιες;

Ένας ρόλος για τους αριθμούς: Οι αριθμοί ως εργαλεία

- Οι αριθμοί μπορούν να θεωρηθούν ως **εργαλεία** για την αναπαράσταση, περιγραφή, επεξεργασία ορισμένων χαρακτηριστικών μιας κατάστασης
 - Π.χ. το πλήθος/ η ποσότητα
-

Παρατηρήστε την παρακάτω εικόνα



- Σε ποιο χαρακτηριστικό της κατάστασης εστιάζετε εσείς; Τι ρόλο παίζει εδώ ο αριθμός;
- Υπό ποιες συνθήκες μπορεί αυτό να γίνει αντιληπτό από τα παιδιά;

Ένας άλλος ρόλος για τους αριθμούς: Οι αριθμοί ως αντικείμενα

- Οι αριθμοί μπορούν να θεωρηθούν και ως **αντικείμενα** μελέτης/σκέψης αυτοί καθαυτοί
 - Υπό μελέτη τίθενται οι αριθμοί, οι ιδιότητές τους, οι μεταξύ τους σχέσεις κ.λ.π.
 - Το 8 είναι 3 περισσότερα από το 5
 - Το 8 είναι 1 λιγότερο από το 9
 - Το 8 είναι άρτιος αριθμός
 - Το 8 είναι μεγαλύτερο από το 7
 - Το 8 είναι πολλαπλάσιο του 4
 -

Οι φυσικοί αριθμοί...

... όπως θα τους συναντήσουν τα παιδιά στο Νηπιαγωγείο

Διάφορες όψεις και χρήσεις των αριθμών

- Αριθμητική ακολουθία
 - Απαγγελία των «αριθμολέξεων»
- Απαρίθμηση
 - Απαγγελία των «αριθμολέξεων» και 1-1 αντιστοίχιση με τα αντικείμενα μιας συλλογής
- Καταμέτρηση
 - Σύνδεση της απαρίθμησης με την πληθικότητα
- Μέτρηση*
 - Το πλήθος των μονάδων (ή, το «πόσες φορές χωράει» η μονάδα) σε ένα συνεχές μέγεθος
- Σύγκριση/Διάταξη
 - Σχετική θέση, σχετικό μέγεθος
- Μη ποσοτική χρήση των αριθμών
 - Π.χ. οι αριθμοί των τηλεφώνων

Αριθμοί και πράξεις/σχέσεις

Προσθετικές και πολλαπλασιαστικές σχέσεις

Οι προσθετικές σχέσεις μεταξύ αριθμών...

- ... είναι θεμελιώδεις στο σύνολο των φυσικών αριθμών
- Σκεφτείτε:
 - $0, 0+1, 1+1, 2+1, 3+1, 4+1, \dots$
 - Ο επόμενος και ο προηγούμενος **φυσικός**
 - $5+2=7, 7=5+2, 5+\dots=7, 7-5=2$
- Τι γίνεται με την αφαίρεση; Ποια είναι η βασική διαφορά πρόσθεσης και αφαίρεσης στο σύνολο των φυσικών;

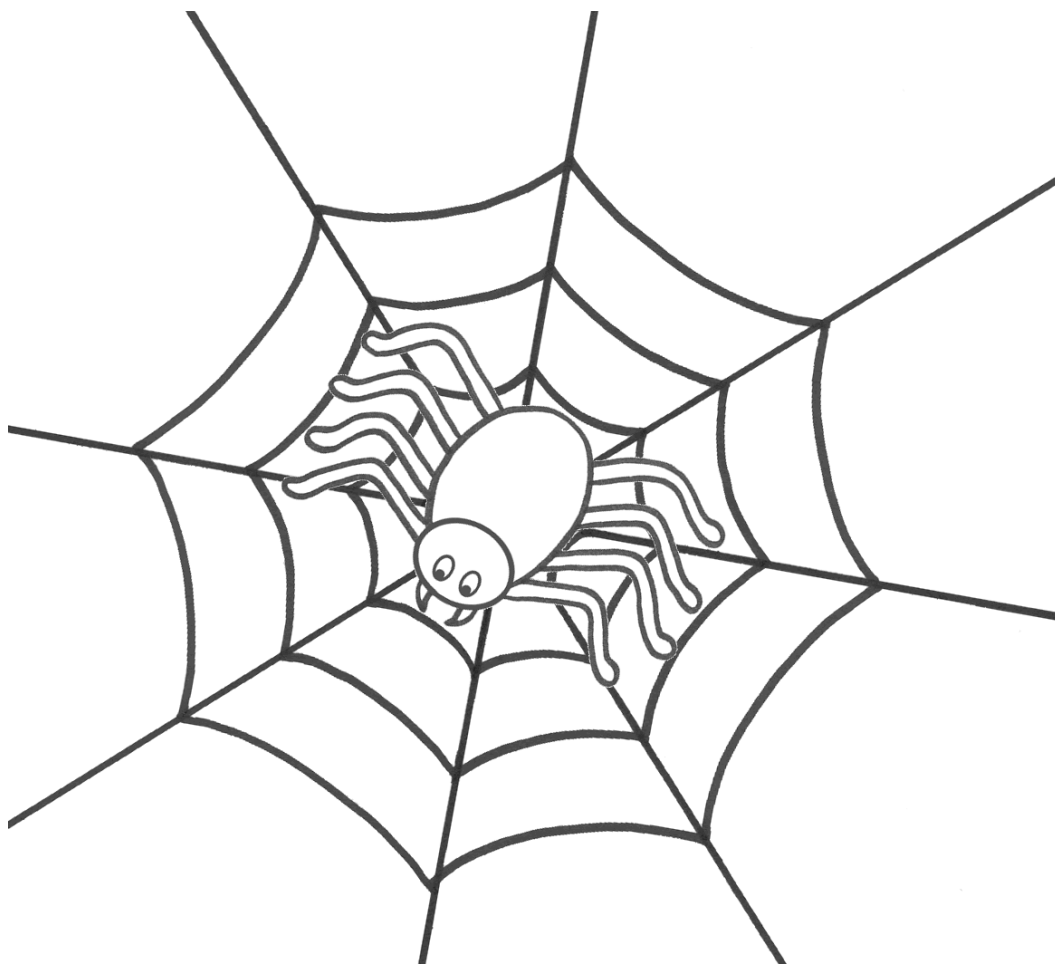
Προσθετικές σχέσεις: Ένα παράδειγμα (έπονται κι άλλα)

●	●	●	●	●
●	●			

- Ποιες σχέσεις μπορούν να αναδυθούν;
- Με ποιους τρόπους μπορούν να εκφραστούν;

Πολλαπλασιαστικές σχέσεις: Δυο παραδείγματα

- Το μισό και το διπλάσιο
 - με συμμετρίες
 - Πόσες φορές χωράει το ... στο...;
 - στις μετρήσεις
-



Οι αριθμοί...

..και η διδασκαλία τους στις μικρές ηλικίες: Δύο προσεγγίσεις

Η «πιαζετιανή» προσέγγιση

- Λέξη-κλειδί: Προαριθμητικές έννοιες
 - Ομαδοποίηση
 - Σειροθέτηση
 - Διατήρηση της ποσότητας
 - 1-1 αντιστοίχιση
 - για τη σύγκριση του πλήθους
 - Εκκίνηση με τον **πληθικό** χαρακτήρα του αριθμού
-

Η «αντι-πιαζετιανή» προσέγγιση

- Λέξεις-κλειδιά
 - Αριθμητική ακολουθία
 - Καταμέτρηση
 - Εκκίνηση με τον **τακτικό** χαρακτήρα του αριθμού
-

Και τελικά...

... τι ακολουθούμε, «πιαζετιανή» ή
«αντι-πιαζετιανή» προσέγγιση;

Τι «ξέρουμε» για το τι «ξέρουν» τα μικρά παιδιά

- Πριν ακόμα εκτεθούν σε συστηματική εκπαίδευση (και σε συμβολικά συστήματα), τα μικρά παιδιά έχουν ένα ρεπερτόριο ικανοτήτων «ποσοτικοποίησης» που σχετίζονται με την έννοια του αριθμού
 - και δεν περιορίζονται στις διακριτές ποσότητες
 - Τα μικρά παιδιά φαίνονται ικανά για περισσότερα πράγματα, απ' όσο πιστεύαμε μέχρι πρόσφατα
-

Προσχολική ηλικία – διακριτές ποσότητες

- Γύρω στα 2 ½ και μέχρι τα 4 ½ αναπτύσσεται μια ποικιλία ικανοτήτων που συνδέονται με την έννοια του αριθμού. Τα νήπια
 - Κρίνουν κατά πόσο δύο σύνολα είναι ισοδύναμα ως προς την πληθικότητα
 - Κρίνουν ποιο σύνολο έχει περισσότερα στοιχεία
 - Αναπτύσσουν απλές στρατηγικές υπολογισμού
- Τρεις σημαντικές αναπτυξιακές αλλαγές
 - Οι ορθές απαντήσεις και η ακρίβεια αυξάνονται
 - Το μέγεθος των συνόλων αντικειμένων που μπορούν να διαχειριστούν αυξάνεται
 - Τα 3 αντικείμενα είναι ένα σημαντικό πλήθος
 - Το επίπεδο αφαίρεσης αυξάνεται
 - Π.χ. μπορούν να κρίνουν ως ισοδύναμα δύο σύνολα διαφορετικών αντικειμένων, όπως άσπρους δίσκους και μαύρες κουκκίδες

Αριθμητική Ακολουθία

- Τα περισσότερα παιδιά γνωρίζουν **τουλάχιστον** τα 10 πρώτα στοιχεία της αριθμητικής ακολουθίας
 - **Όχι όλα** τα παιδιά!
- Ωστόσο, η απαγγελία των «αριθμολέξεων» μπορεί να γίνεται μηχανικά
 - Τα παιδιά δε συνδέουν απαραίτητα την απαγγελία της αριθμητικής ακολουθίας με την πληθικότητα

Λάβετε υπόψη ότι...

- ... τόσο ο πληθικός, όσο και ο τακτικός χαρακτήρας του αριθμού είναι σημαντικός για την κατανόηση της έννοιας του αριθμού
- Χρειαζόμαστε μια **σύνθεση** των δύο προσεγγίσεων
 - Από πού ξεκινάμε;
 - Στο απερχόμενο Αναλυτικό, από την «πιαζετιανή» προσέγγιση
 - Στο νέο, από την «αντι-πιαζετιανή»

Αριθμητική Ακολουθία, Απαρίθμηση και Καταμέτρηση

Αριθμητική ακολουθία & Απαρίθμηση

- Κατά την απαρίθμηση, οι «αριθμολέξεις» αντιστοιχούνται 1-1 στα αντικείμενα μιας συλλογής
 - Η αριθμητική ακολουθία πρέπει να απαγγέλεται σωστά
 - Κάθε αριθμολέξη πρέπει να αντιστοιχίζεται με ένα μόνο αντικείμενο
 - Όλα τα αντικείμενα πρέπει να απαριθμηθούν
 - Η σειρά με την οποία απαριθμούνται δεν έχει σημασία

Έλεγχος: Το παιχνίδι με το αρκουδάκι που μαθαίνει να μετράει

- «Έχω εδώ τον Μέλιο, το αρκουδάκι. Τώρα μαθαίνει να μετράει. Θα τον βοηθήσουμε, αν του λέμε πότε το κάνει σωστά και πότε όχι». Το αρκουδάκι απαριθμεί αντικείμενα.
 - Παραλείπει έναν αριθμό
 - «ένα, δύο, τρία, τέσσερα, έξι, επτά,...»
 - Λέει τον ίδιο αριθμό δυο φορές
 - «ένα, δύο, τρία, τέσσερα, τέσσερα, πέντε, έξι,...»
 - Μετράει δύο φορές το ίδιο αντικείμενο
 - Προσπερνάει ένα αντικείμενο
 - Μετράει τα αντικείμενα με διαφορετική σειρά
 - Το κάνει σωστά; Το κάνει λάθος; Γιατί;

Η απαρίθμηση είναι πιο εύκολη...

- ... όταν πρόκειται για αντικείμενα, παρά εικόνες αντικειμένων
 - που τα παιδιά μπορούν να αγγίξουν και να μετακινήσουν
- ... όταν πρόκειται για οργανωμένους σχηματισμούς αντικειμένων
 - Το πιο εύκολο είναι αντικείμενα σε γραμμική διάταξη (ευθεία)

«Μετρητές»

- Υλικά αντικείμενα (π.χ. ξυλάκια, κυβάρια,...) τα οποία μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την απαρίθμηση (και όχι μόνο!)
 - 1-1 αντιστοίχιση της αριθμολέξης και του μετρητή με τα αντικείμενα της συλλογής που απαριθμούμε
- Γιατί βοηθάει στην απαρίθμηση;

Απαρίθμηση έναντι Καταμέτρησης



- Νηπιαγωγός: «Πόσα είναι τα κουλουράκια;»
- Παιδί: «Ένα δύο, τρία, τέσσερα»
- Νηπιαγωγός: «Πόσα είναι;;»
- Παιδί: «Ένα, δύο, τρία, τέσσερα»

Η ικανότητα για απαρίθμηση...

- ... δε συνεπάγεται απαραίτητα ότι το παιδί αντιλαμβάνεται τη σχέση ανάμεσα στην απαρίθμηση και την πληθικότητα της συλλογής που απαριθμεί
- Όταν ένα παιδί αντιλαμβάνεται ότι η τελευταία αριθμολέξη εκφράζει το πλήθος των αντικειμένων, έχει κατακτήσει την **καταμέτρηση**

Με στόχο την καταμέτρηση...

- ...υποστηρίζουμε τα παιδιά να συνδέσουν τη διαδικασία της απαρίθμησης με την πληθικότητα
 - Τα παιδιά απαριθμούν ισοπληθείς συλλογές αντικειμένων διαφορετικού μεγέθους
 - Αναδιατάξεις συλλογών και απαρίθμηση
 - Γιατί η απάντηση είναι πάντα ίδια;
 - Θυμηθείτε τον Piaget!
 - Αξιοποιούμε το ρόλο μας ως ενήλικες
 - Στρέφουμε την προσοχή των παιδιών στο ρόλο της τελευταίας αριθμολέξης

Ο ρόλος της τελευταίας αριθμολέξης



- Νηπιαγωγός: Πόσα είναι τα κουλουράκια;
- Παιδί: Ένα, δύο, τρία, **τέσσερα**.
- Νηπιαγωγός: **Τέσσερα** είναι τα κουλουράκια!

Σημαντικές σχέσεις για την επεξεργασία του πλήθους

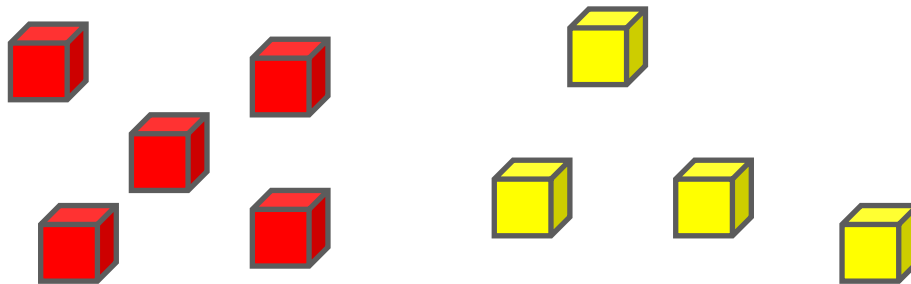
**Περισσότερα, Λιγότερα, «Τόσα-
όσα»**

Θυμόσαστε σίγουρα...

- ... το ερώτημα του τύπου «υπάρχουν τόσα καρότα όσα λαγουδάκια;»
- Πώς μπορεί να αντιμετωπιστεί αυτό το ερώτημα από τα παιδιά;
- Η δουλειά με τις σχέσεις αυτού του τύπου δεν εξαντλείται εδώ.

Έργα Ι

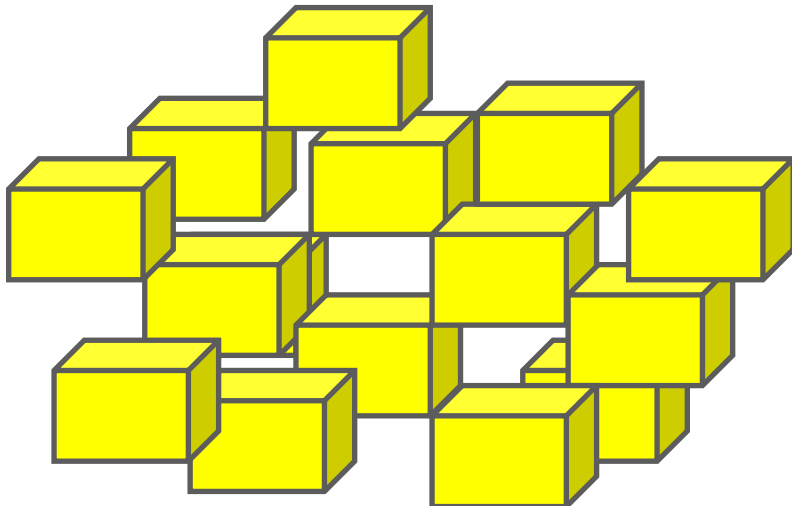
- Ποια είναι περισσότερα/λιγότερα;
 - Γιατί;/ Πώς το ξέρεις;/ Γιατί το πιστεύεις αυτό;/ Εξήγησέ μας



- Σκεφτείτε παράγοντες που διαφοροποιούν τη δυσκολία αυτού του έργου

Έργα II

- Φτιάξε ένα σύνολο με περισσότερα/λιγότερα/τόσα-όσα



Έργα III

- Κάρτες «ντόμινο»
 - Συνεχίζει με λιγότερα / περισσότερα/ τόσα-όσα
- Σβούρα περισσότερα/λιγότερα
 - Παιχνίδι για 2

Έχετε υπόψη σας...

- ... ότι το «λιγότερο» είναι πιο δύσκολο για τα παιδιά από το «περισσότερο».
- Φροντίζουμε να αναδείξουμε τη σημασία του «λιγότερο» σε σχέση με το «περισσότερο»
 - Ποια είναι περισσότερα, τα κόκκινα ή τα κίτρινα; Άρα, ποια είναι τα λιγότερα;

Η μετεξέλιξη του «περισσότερα/λιγότερα»

- Μεγαλύτερη ακρίβεια
 - Βρες/Φτιάξε μου με **ένα** περισσότερο/λιγότερο
 - Συνδέεται με τον επόμενο/προηγούμενο
 - Μεγαλύτερη ακρίβεια & μεγαλύτερο εύρος
 - Βρες/Φτιάξε μου με **δύο/τρία** περισσότερα/λιγότερα
 - Θα εξελιχθεί περαιτέρω σε σχέσεις μεταξύ αριθμών
 - Σκεφτείτε επίσης και πώς συνδέεται με τη σύγκριση/διάταξη
 - Καθώς και με την πρόσθεση/αφαίρεση
-

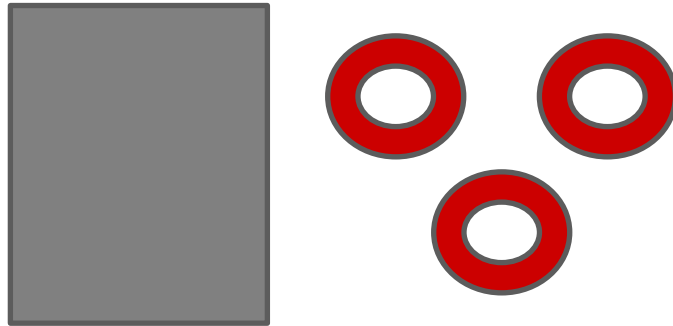
Αριθμητική ακολουθία: Επίπεδα
«κατάκτησης»

Επίπεδα

- 1^ο : Απαγγελία των αριθμολέξεων (π.χ. 1-20), ξεκινώντας πάντα από το ένα. Δοθείσης μιας αριθμολέξης, δεν υπάρχει η δυνατότητα εύρεσης της επόμενης.
- 2^ο : Δυνατότητα εύρεσης της επόμενης αριθμολέξης, ξεκινώντας πάλι από το ένα (1-10).
- 3^ο : Άμεση εύρεση της επόμενης αριθμολέξης (1-10)
- Επόμενα επίπεδα :Επέκταση της δυνατότητας αυτής σε μεγαλύτερο εύρος αριθμών / απαγγελία σε ευθεία ή αντίστροφη σειρά/ αξιοποίηση της ακολουθίας των αριθμολέξεων σε προβλήματα πρόσθεσης ή αφαίρεσης

«Προχωρημένη» απαρίθμηση Ι

- Απαρίθμηση από έναν αριθμό και μετά



- Κάτω από την καρτέλα είναι δύο. Πόσα είναι όλα;
 - Μπορεί να εξελιχθεί σε πρόβλημα πρόσθεσης

«Προχωρημένη» απαρίθμηση II

■ Καρέκλες

- Ένα πλήθος από καρέκλες (π.χ. 5) τοποθετούνται στη σειρά.
- Σε κάθε παιδί μιας ομάδας αντιστοιχίζεται ένας αριθμός (από το 1 μέχρι το 5).
- Απαγγέλλονται οι αριθμοί και κάθε παιδί, ανάλογα με τον αριθμό που του αντιστοιχεί, κάθεται με τη σειρά του σε μια καρέκλα.
- Τα παιδιά σηκώνονται με την αντίστροφη σειρά, ενώ απαγγέλλονται οι αντίστοιχοι αριθμοί.

Αριθμητική ακολουθία: Ο τακτικός
χαρακτήρας του αριθμού

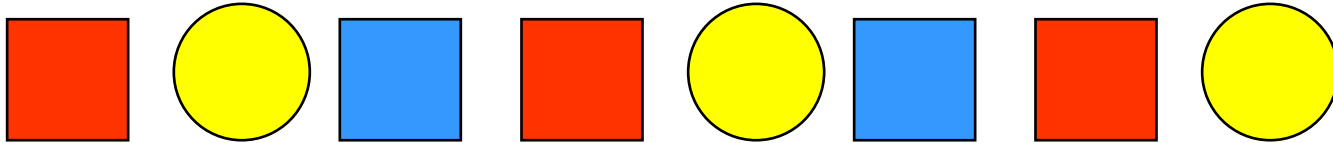
Εκτός από το πλήθος...

- ...οι αριθμοί περιγράφουν και τη θέση
 - Πρώτος, δεύτερος, τρίτος, τέταρτος...
 - Θα δούμε στη συνέχεια πώς συνδέονται η θέση και το πλήθος μέσω της διάταξης
-

Θέση και μοτίβα

- Κυριακή, Δευτέρα, Τρίτη, Τετάρτη, Πέμπτη, Παρασκευή, Σάββατο, Κυριακή, Δευτέρα, Τρίτη,...
- Ποια είναι η **πρώτη** μέρα της εβδομάδας;
- Ποια είναι η **δεύτερη** μέρα της εβδομάδας;
 - Ή, γιατί τη «Δευτέρα» τη λέμε «Δευτέρα»;;
-

Θέση και μοτίβα



- Ποιος είναι ο πρώτος όρος;
 - Η πρώτη κάρτα, το πρώτο σχήμα...
- Ποιος είναι ο δεύτερος;
- Περίγραφέ το για να το φτιάξει κάποιος άλλος
- Κρατήστε στο μυαλό σας τα μοτίβα – είναι σημαντικά για την ανάπτυξη της **αλγεβρικής σκέψης**

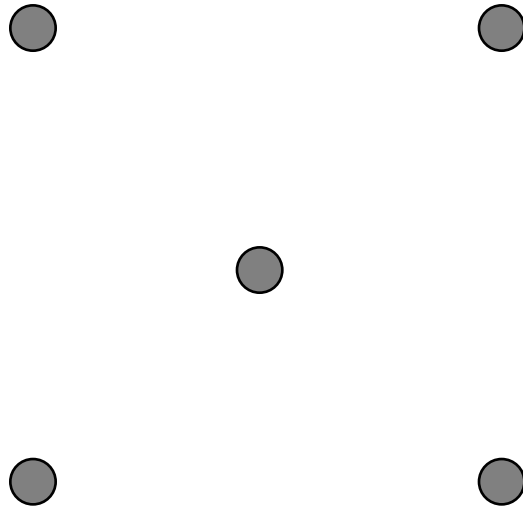
Σημαντικό!

Αναπαραστάσεις των αριθμών

Σημαντικό: Αναπαραστάσεις για τους αριθμούς

- Εμπράγματα
 - Υλικά αντικείμενα (μετρητές)
- Εικονικές
- Συμβολικές
- Οι παραπάνω δραστηριότητες (και άλλες!) μπορούν να γίνουν με αναπαραστάσεις διαφορετικού τύπου
- Διαφορετικές αναπαραστάσεις, διαφορετική δυσκολία των έργων
 - Ποιες είναι λιγότερο και ποιες περισσότερο απαιτητικές για τα παιδιά;

Ένα ιδιαίτερο είδος αναπαραστάσεων: «Χωρικές» σχέσεις (μοντέλα)

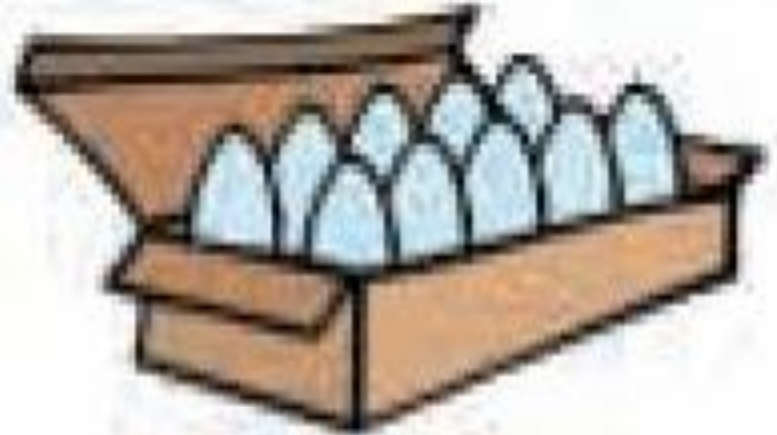


- Επιτρέπουν την άμεση αναγνώριση ποσοτήτων
- Πού τις βρίσκετε;
- Θα μας χρησιμεύσουν στην επεξεργασία **σχέσεων** μεταξύ των αριθμών

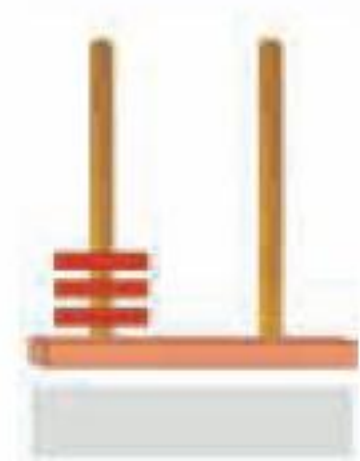
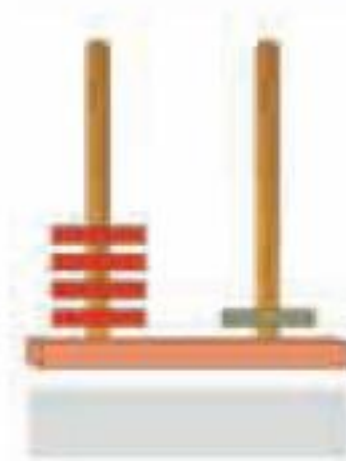
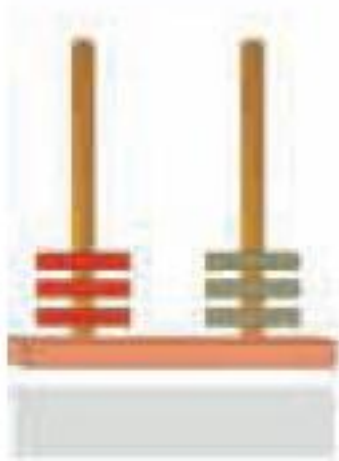
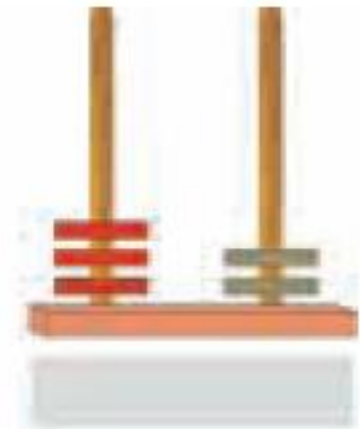
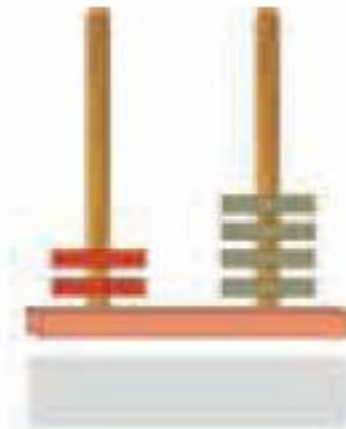
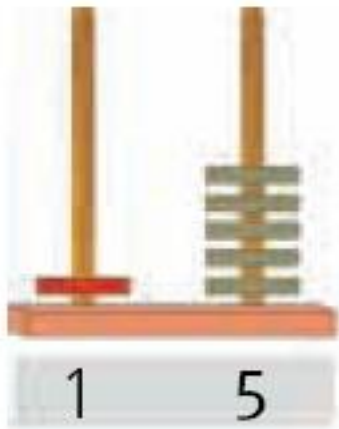
Το «παράδοξο» που πρέπει να έχουμε υπόψην μας

- Οι αναπαραστάσεις είναι –καταρχήν- «διαφανείς» για το γνώστη, αλλά «αδιαπέραστες» για τον αρχάριο.
 - Η απλή παρουσία/ση των αναπαραστάσεων δε συνεπάγεται τη μεταφορά των μαθηματικών ιδεών στο κεφάλι του παιδιού.
-

Ποιες μαθηματικές ιδέες «κρύβονται» πίσω από αυτή την εικόνα; Ποιος μπορεί να τις «δει» ;



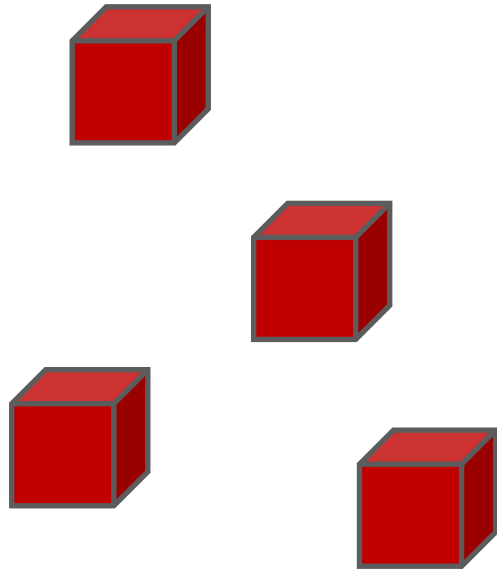
Ποιες μαθηματικές ιδέες «κρύβονται» πίσω από αυτό το μοντέλο; Ποιος μπορεί να τις «δει» ;



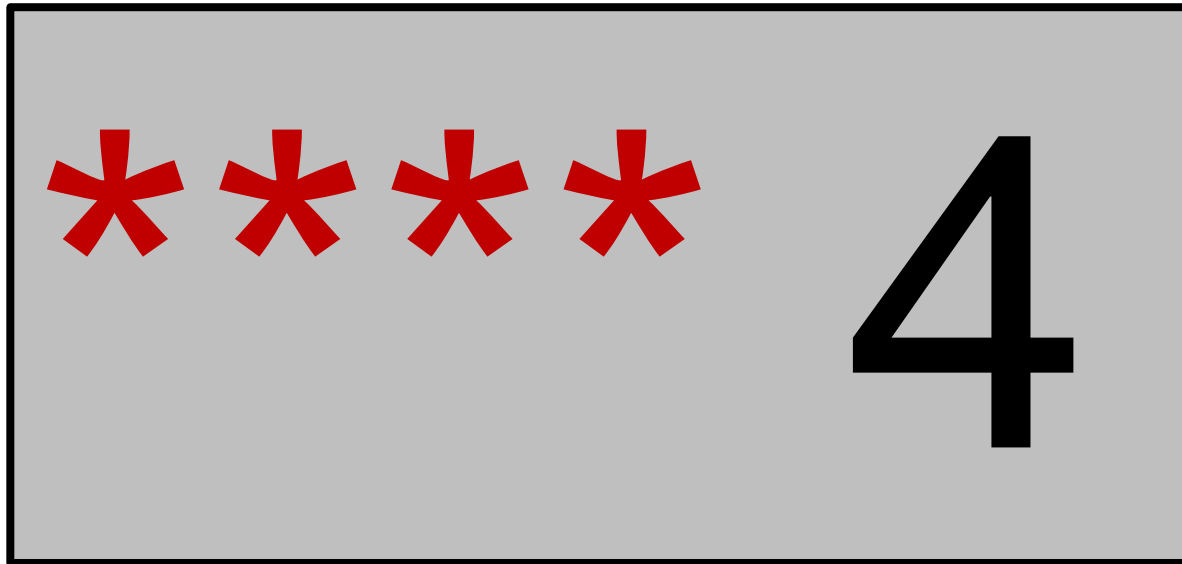
Λάβετε υπόψη ότι...

- ...οι **συνδέσεις** μεταξύ διαφορετικών αναπαραστάσεων ενισχύουν την ανάπτυξη της έννοιας του αριθμού
- ...το πέρασμα από τη μια αναπαράσταση στην άλλη **δε γίνεται αυτόματα**
- Ένας ρόλος των μετρητών:
 - «Γέφυρες» ανάμεσα στα αντικείμενα (εμπράγματα αναπαραστάσεις) και την εικονικές & συμβολικές αναπαραστάσεις των αριθμών.

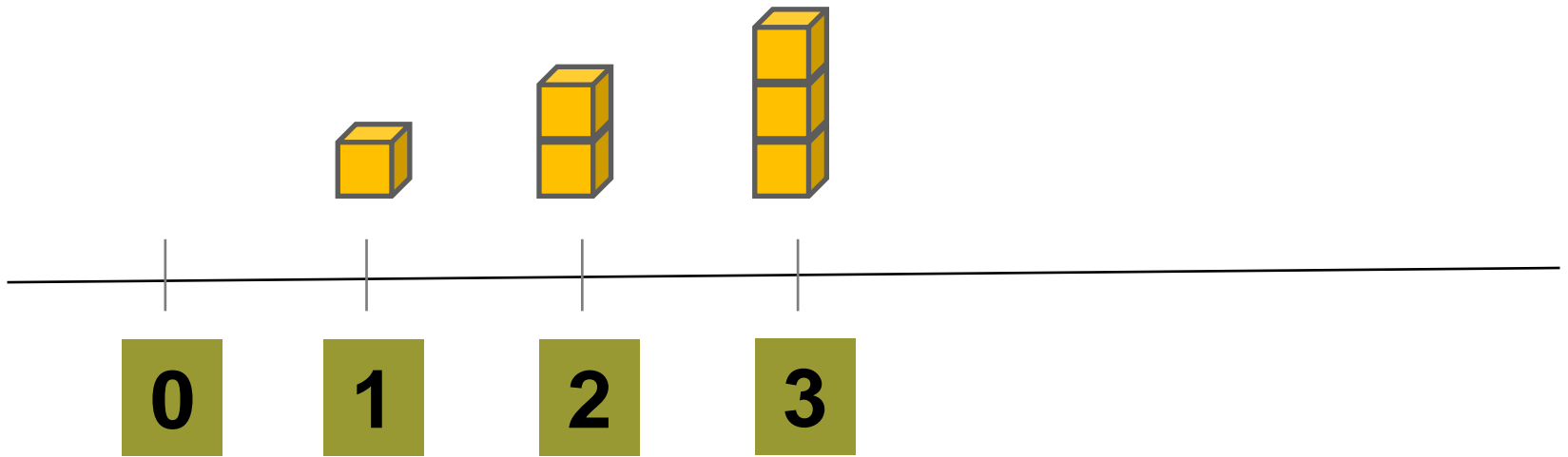
Συνδέσεις;



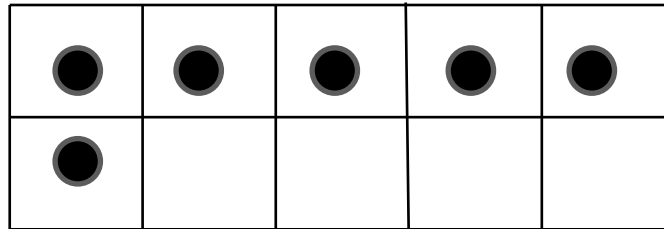
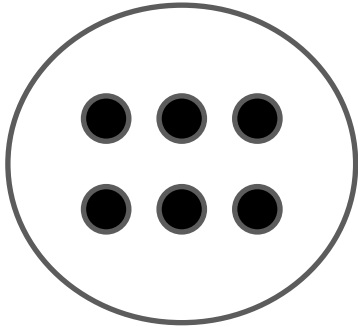
Συνδέσεις;



Συνδέσεις;



Συνδέσεις;



6

Συνδέσεις;;



Κανόνες του παιχνιδιού

Χρειάζεται ένα ζάρι στο οποίο οι πλευρές με τους αριθμούς 4, 5 και 6 θα έχουν κόκκινο χρώμα, ενώ οι πλευρές με τους αριθμούς 1, 2 και 3 θα έχουν μπλε χρώμα. Ο αριθμός από τον οποίο ξεκινάμε είναι το 12. Κάθε παίκτης με τη σειρά ρίχνει το ζάρι. Όταν το ζάρι δείχνει μια κόκκινη πλευρά, προχωρούμε μπροστά τόσες θέσεις όσες δείχνει το ζάρι. Όταν το ζάρι δείχνει μια μπλε πλευρά, πηγαίνουμε πίσω τόσες θέσεις όσες δείχνει το ζάρι. Νικητής θα είναι αυτός που θα φτάσει πρώτος στο 30.

Αξιοποιήσιμες;

Οι αναπαραστάσεις των παιδιών για
τους αριθμούς

Το παιχνίδι με τα τσίγκινα κουτιά του Martin Hughes

- 4 ίδια κουτιά
- Κάθε κουτί περιέχει 0, 1, 2, ή 3 τουβλάκια
- Το παιδί βλέπει τι έχει κάθε κουτί
- Τα κουτιά «ανακατεύονται»
- Ζητείται από το παιδί να βρει το κουτί με τα π.χ. 2 τουβλάκια
- Σε 2^η φάση, ζητείται από το παιδί να σημειώσει πάνω στο κάθε κουτί «**κάτι**» που θα το βοηθήσει να θυμάται τι περιέχει

Σκεφτείτε

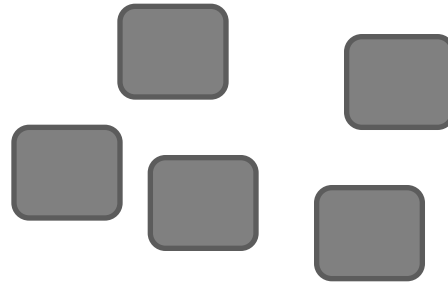
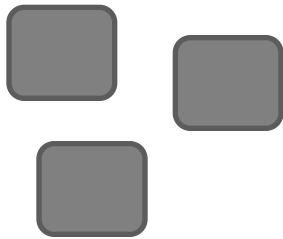
- Τι ακριβώς ζητάει ο Hughes από το παιδί;
 - Με τους «δικούς μας» όρους
 - Τι θα περιμένατε να κάνει ένα μικρό παιδί;
 - Θα έκαναν όλα το ίδιο;
 - Πώς θα μπορούσατε να εκμεταλλευτείτε τις διαφορετικές αναπαραστάσεις των παιδιών;
 - Αν υποθέσουμε ότι θα δίνατε μαγνητάκια με έτοιμες αναπαραστάσεις για να χρησιμοποιούσαν τα παιδιά, τι θα βάζατε πάνω στα μαγνητάκια;
-

Σχέσεις μεταξύ αριθμών

Ίσως το πιο σημαντικό μέρος της κατανόησης για τους αριθμούς

Σύγκριση / Διάταξη

Σχολιάστε



Σύνδεση με πλήθος

- Ο Μέλιος, το αρκουδάκι, είναι λίγο λαίμαργος. Μπορεί να διαλέξει ανάμεσα σε **αυτά** και **αυτά** τα σοκολατάκια. Ποια λέτε ότι θα διαλέξει; Γιατί;



- Πόσα είναι **αυτά**; Πόσα είναι **αυτά**;
- Ποια είπαμε ότι είναι περισσότερα; Τα **τέσσερα** ή τα **πέντε**;
- Το **πέντε** είναι μεγαλύτερο από το **τέσσερα**
- Ο αριθμός 5 είναι μεγαλύτερος από τον αριθμό 4

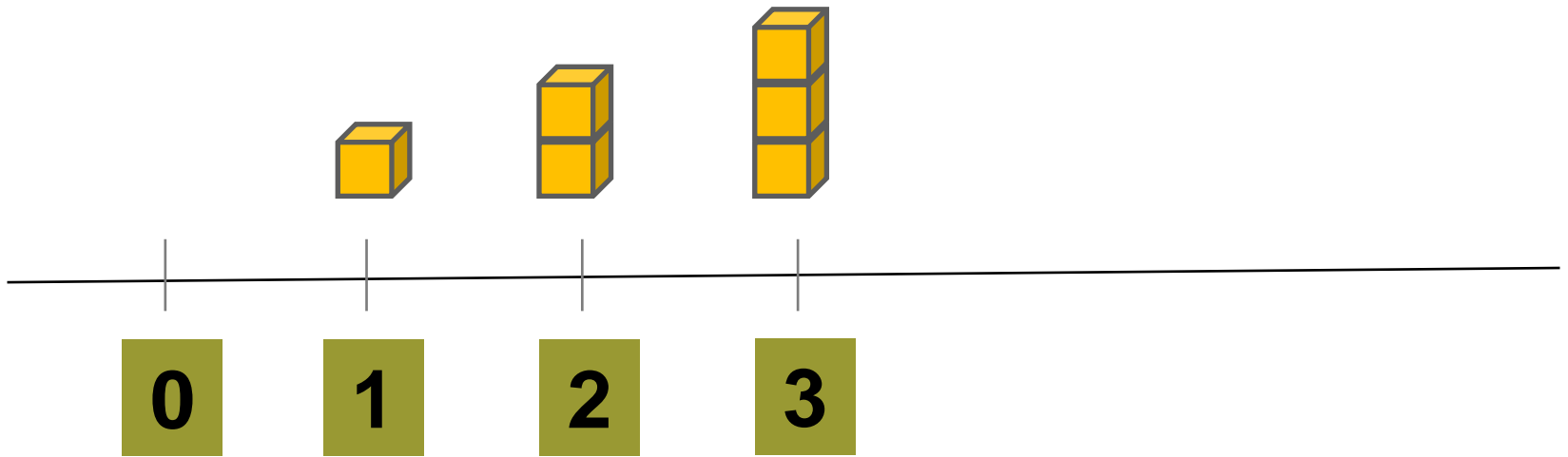
Σύνδεση με πλήθος & θέση

- Ο Κώστας και η Άννα ξεκινούν από το 0. Ο Κώστας κάνει 6 βήματα. Ή Άννα κάνει 8 βήματα.
 - Ποιος έκανε περισσότερα/λιγότερα βήματα;
 - Ποιος είναι πιο πίσω; Ποιος είναι πιο μπροστά;



- Το 6 είναι πριν το 7 / Το 7 είναι μετά το 6.
- Ο αριθμός 6 είναι μικρότερος από τον αριθμό 7 / Ο αριθμός 7 είναι μεγαλύτερος από τον αριθμό 6.

Θυμηθείτε



Σύγκριση και αντικειμενοποίηση των αριθμών

- Οι αριθμοί τσακώθηκαν!

Εγώ είμαι
πιο
μεγάλος!

6

Όχι, εγώ
είμαι πιο
μεγάλος!

8

- Ποιος έχει δίκιο; Ποιος έχει άδικο; Γιατί;
Βοηθήστε τους να μπουν στη σωστή σειρά!

Διάταξη

- Κάποιοι αριθμοί δεν είναι στη σωστή θέση. Βρες τους και εξήγησε γιατί.



Διάταξη

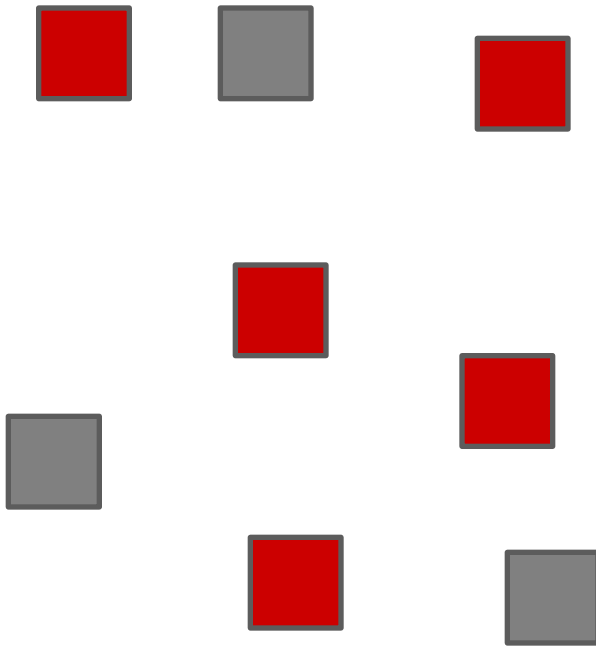
- Φτιάχνουμε μια αριθμογραμμή στο πάτωμα με κενές τις θέσεις των αριθμών.
- Κάθε παιδί αναλαμβάνει έναν αριθμό (π.χ. κρατώντας μια μεγάλη καρτέλα με το αριθμητικό σύμβολο).
- Ζητάμε με τυχαία σειρά από τα παιδιά να βρουν τη θέση τους στην αριθμογραμμή.
- Χωρίς την αριθμογραμμή, ζητάμε από τριάδες παιδιών να μπουν στη σειρά (αύξουσα ή φθίνουσα) ανάλογα με τον αριθμό που κρατούν

Παρατηρήστε

- Και στις συγκρίσεις/διατάξεις, σημαντικό ρόλο παίζουν:
 - οι διαφορετικές αναπαραστάσεις των αριθμών και οι μεταξύ τους διασυνδέσεις
 - ο πληθικός και ο τακτικός χαρακτήρας των αριθμών
 - η σταδιακή μετατόπιση από τις **ποσότητες** στους **αριθμούς**
 - Οι αριθμοί ως αντικείμενα

Σχέσεις μέρους-όλου,
μέρους-μέρους-όλου,
προσθετικές/αφαιρετικές σχέσεις

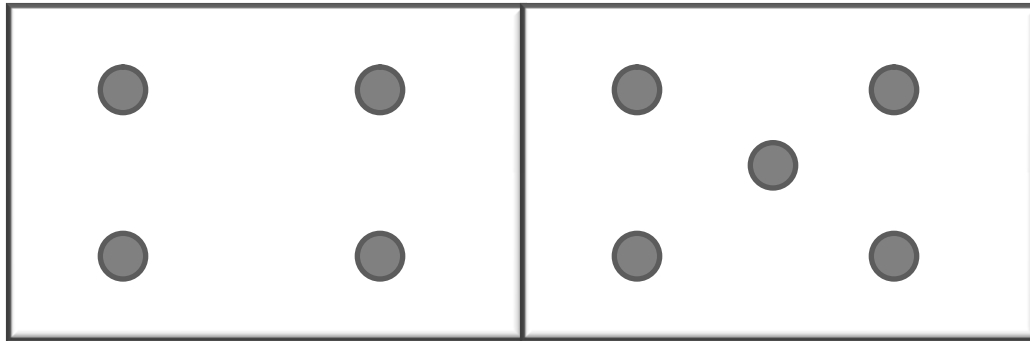
Σχέσεις μέρους-όλου



- Ποια είναι πιο πολλά, τα τουβλάκια ή τα κόκκινα τουβλάκια;

Προσθετική ανάλυση/σύνθεση αριθμού

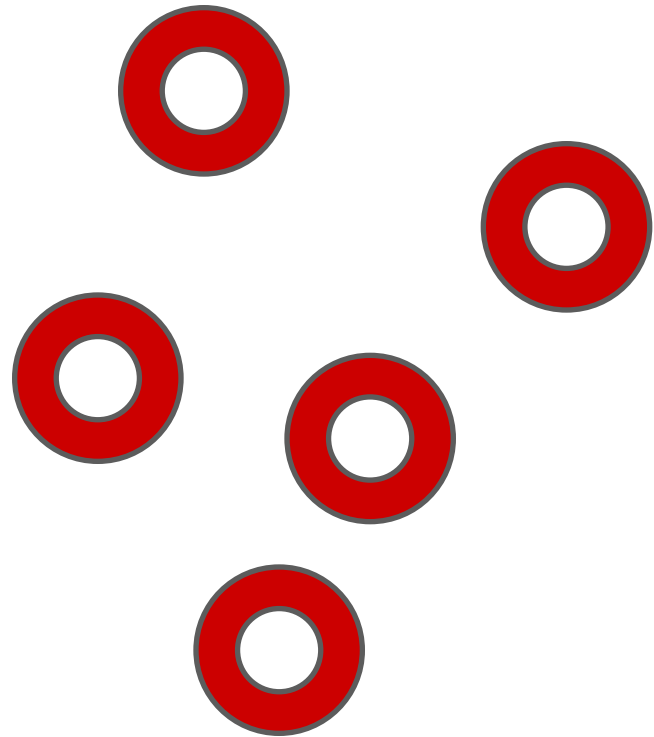
Σχέσεις μέρος-μέρος-όλου



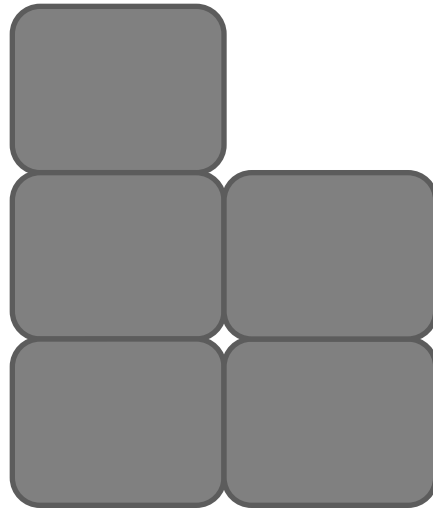
- Το 9 (όλον) ως 4 (μέρος) και 5 (μέρος)
-

Προσθετική ανάλυση/σύνθεση αριθμού

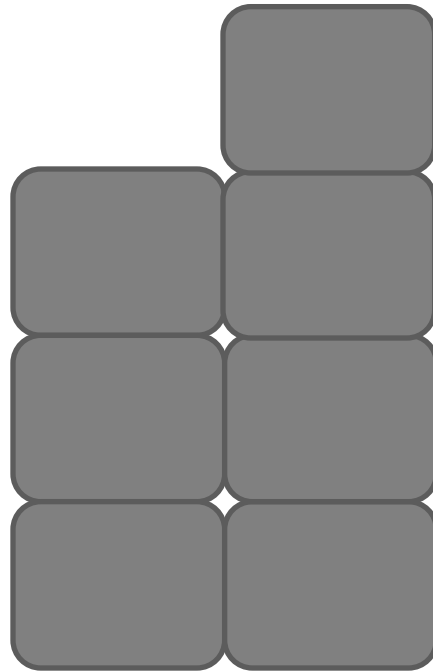
- Με πόσους τρόπους...;



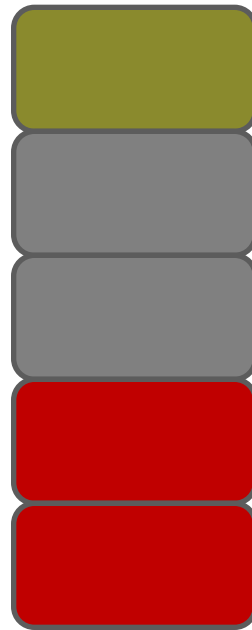
«Θα ήθελα να είχα 6»



«Θα ήθελα να είχα 6»



Βάλτε ένα πλαίσιο και κάντε τις
κατάλληλες ερωτήσεις



«Πατώντας» στο 5 και το 10

●	●	●	●	●
●	●			

Πόσα βήματα μπρος/πίσω;

- Είσαι στο 5. Πόσα βήματα (και προς τα πού) πρέπει να κάνεις για να φτάσεις στο 7/ στο 3;



Αριθμός - στόχος

- Παίξτε με κάρτες ένα παιχνίδι που να διερευνά τους τρόπους με τους οποίους μπορεί να προκύψει ένας αριθμός, π.χ. το 7 ως διαφορά δύο αριθμών ή ως άθροισμα δύο ή περισσότερων αριθμών.
- Σχέσεις του τύπου:
 - $7 = \dots + \dots (+\dots$
 - $7 = \dots - \dots$

Η προσθετική ανάλυση/ σύνθεση αριθμών...

...είναι πολύ σημαντική για την κατανόηση του αριθμητικού συστήματος και όχι μόνο!

Σκεφτείτε

- 494
 - «Τετρακόσια ενενήντα τέσσερα»
 - $400 + 90 + 4$
- Τι αποκαλύπτει για την αξία θέση των ψηφίων η κατάλληλη προσθετική ανάλυση του αριθμού;
- Και πόσο βοηθά η φωνολογική ανάλυση;

Σκεφτείτε

- Θέλετε να υπολογίσετε νοερά το άθροισμα $95+7$. Ποια **στρατηγική** ακολουθείτε;
 - Θέλετε να υπολογίσετε νοερά τη διαφορά $23-19$ (ή $107-13$). Ποιες **στρατηγικές** ακολουθείτε;
 - Θέλετε να υπολογίσετε νοερά το γινόμενο 12×7 . Ποια **στρατηγική** ακολουθείτε;
 - Θέλετε να υπολογίσετε νοερά το πηλίκο $82:9$. Ποια **στρατηγική** ακολουθείτε;
-

Οι σχέσεις που μελετάμε...

- ... συνδέονται προφανώς με την πρόσθεση και την αφαίρεση και η κατανόησή τους ενισχύεται από προβλήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης
-

Πρόσθεση-Αφαίρεση

Η πρόσθεση και η αφαίρεση...

- ...όπως και ο πολλαπλασιασμός και η διαίρεση μπορούν να **μοντελοποιήσουν** διαφορετικές καταστάσεις
 - Στο πιλοτικό Αναλυτικό θα δείτε ως στόχο τον εξής:
Τα παιδιά διερευνούν καταστάσεις «βάζω μαζί», «βάζω ακόμα» και «συγκρίνω» για να προσεγγίσουν τις πράξεις πρόσθεση και αφαίρεση»
 - Τι είδους καταστάσεις είναι αυτές; Δώστε παραδείγματα
 - Και βάλτε και την κατάσταση «βγάζω» σε αυτές.
-

Προβλήματα σύζευξης

- Η κατάσταση
 - Ο Γιάννης είχε 2€.(αρχική κατάσταση)
 - Η Άννα του έδωσε 3€ ακόμα. (αλλαγή)
 - Τώρα ο Γιάννης έχει 5€.(τελική κατάσταση)
- Ανάλογα με ποιο από τα παραπάνω 3 στοιχεία θέτουμε ως ζητούμενο, προκύπτει και ένα διαφορετικό πρόβλημα.
- **Δεν** είναι όλα τα προβλήματα παρόμοιας δυσκολίας για τα παιδιά
 - Το πρόβλημα στο οποίο δεν είναι γνωστή η αρχική κατάσταση είναι το πιο δύσκολο.

Προβλήματα διαχωρισμού

- Η κατάσταση
 - Ο Γιάννης είχε 5€. (αρχική κατάσταση)
 - Έδωσε 3€ στην Άννα. (αλλαγή)
 - Τώρα ο Γιάννης έχει 2€. (τελική κατάσταση)
 - Σκεφτείτε ανάλογα με την προηγούμενη περίπτωση
-

Προβλήματα μέρους-μέρους-όλου

■ Η κατάσταση

- Ο Γιάννης έχει 3 μήλα. (μέρος)
 - Ο Γιάννης έχει 2 αχλάδια. (μέρος)
 - Ο Γιάννης έχει 5 φρούτα. (όλο)
- Το ζητούμενο μπορεί να είναι κάποιο από τα μέρη ή το όλο.

Προβλήματα σύγκρισης (I)

- Η κατάσταση
 - Ο Γιάννης έχει 5€
 - Η Άννα έχει 3€.
 - Ο Γιάννης έχει 2€ περισσότερα από την Άννα.
 - Η Άννα έχει 2€ λιγότερα από το Γιάννη.
 - Ανάλογα με ποια στοιχεία θα χρησιμοποιήσουμε ως δεδομένα, προκύπτουν διαφορετικά προβλήματα
-

Προβλήματα σύγκρισης (II)

■ Η κατάσταση

- Ο Γιάννης έχει 5€
- Η Άννα έχει 3€.
- Ο Γιάννης έχει 2€ περισσότερα από την Άννα.
- Η Άννα έχει 2€ λιγότερα από το Γιάννη.

■ Τα ερωτήματα

- Ποιο παιδί έχει περισσότερα; Πόσα περισσότερα;
- Ποιο παιδί έχει λιγότερα; Πόσα λιγότερα;

Προβλήματα σύγκρισης (III)

- Η κατάσταση
 - Ο Γιάννης έχει 5€.
 - Η Άννα έχει 3€.
 - Ο Γιάννης έχει 2€ περισσότερα από την Άννα.
 - Η Άννα έχει 2€ λιγότερα από το Γιάννη.
 - Το ερώτημα
 - Πόσα έχει η Άννα;
 - Με ποιον άλλο τρόπο μπορούμε να ρωτήσουμε για την Άννα;
 - Ποιος από τους δύο παραπάνω είναι πιο δύσκολος;
-

Προβλήματα σύγκρισης (III)

- Η κατάσταση
 - Ο Γιάννης έχει 5€
 - Η Άννα έχει 3€.
 - Ο Γιάννης έχει 2€ περισσότερα από την Άννα.
 - Η Άννα έχει 2€ λιγότερα από το Γιάννη.

 - Οι συνδυασμοί επαναλαμβάνονται
 -
-

Η παραπάνω κατηγοριοποίηση είναι για μας...

...όχι για να τη διδάξουμε στα παιδιά!

Μας ενδιαφέρει να γνωρίζουμε ότι...

- ... προβλήματα «της ίδιας πράξης» παρουσιάζουν διαφορετική δυσκολία για τα παιδιά
 - Π.χ. Τα προβλήματα **σύγκρισης** είναι πιο απαιτητικά από τα προβλήματα **σύζευξης**
 - Και η σύγκριση με το «λιγότερο από» πιο απαιτητική από το «περισσότερο από»
- ... προβλήματα που προκύπτουν από την ίδια κατάσταση παρουσιάζουν διαφορετική δυσκολία για τα παιδιά, ανάλογα με το ποιο είναι το ζητούμενο
 - Συχνά, λέξεις που παραπέμπουν στην πρόσθεση ή στην αφαίρεση παραπλανούν τα παιδιά

Παράδειγμα

- Η Άννα έχει 4 βόλους. Έχει 2 περισσότερους βόλους από το Γιάννη. Πόσους βόλους έχει ο Γιάννης;
- Ποιο λάθος θα αναμένατε σε αυτό το πρόβλημα;





Στο επίπεδο του Νηπιαγωγείου μας ενδιαφέρει...

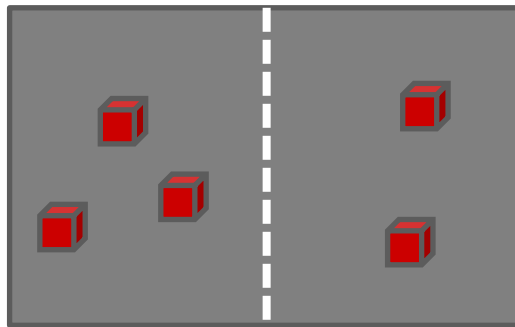
- Να μπορούν να **μοντελοποιούν** τα παιδιά την κατάσταση και μέσω της αναπαράστασης να επιλύουν το πρόβλημα.
 - Δραματοποίηση
 - Υλικά (πούλια,)
 - Ζωγραφική
-

Πώς;

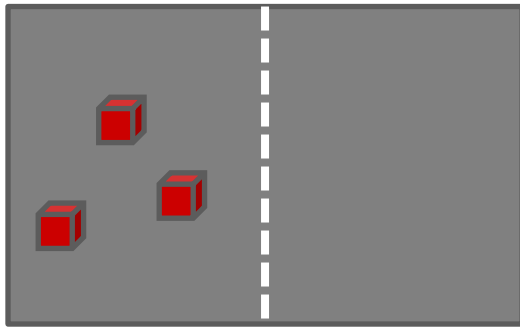
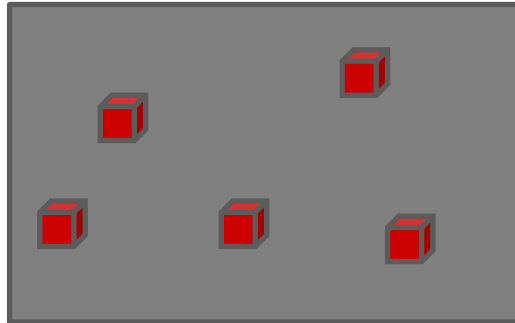
- Ξεκινάμε από τα είδη των προβλημάτων που είναι πιο εύκολα για τα παιδιά, αλλά δεν περιοριζόμαστε σε αυτά
 - Δεν κατηγοριοποιούμε τα προβλήματα με βάση την πράξη – αφήνουμε τα παιδιά να δουλέψουν με τη βοήθεια των **μοντέλων**
 - Δουλεύουμε με μικρούς αριθμούς
-

Παραδείγματα

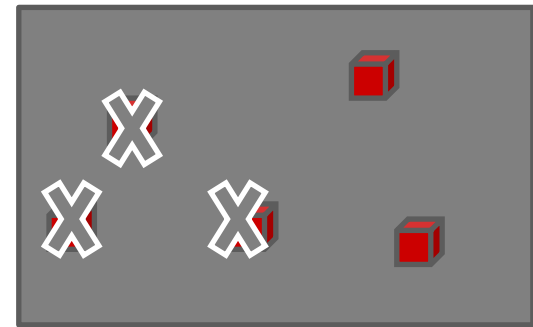
- Με δραματοποίηση: Βρες πόσα έχω στα χέρια μου.
 - Έχω 3  στο ένα χέρι και 2  στο άλλο χέρι. Πόσα κυβάρια έχω όλα μαζί;
 - Έχω 5  και στα δύο χέρια. Στο ένα έχω 3 . Πόσα κυβάρια έχω στο άλλο;



Παρατηρήστε



$$3 + \dots = 5$$



$$5 - 3 = \dots$$

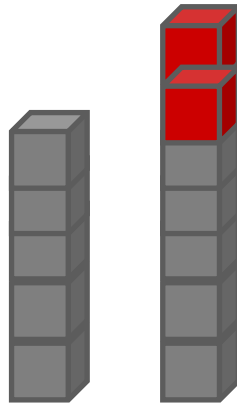
Παραδείγματα

- Είχα μερικά κυβάρια. Ο Κώστας μου έδωσε άλλο ένα και τώρα έχω 6. Πόσα κυβάρια είχα πριν;



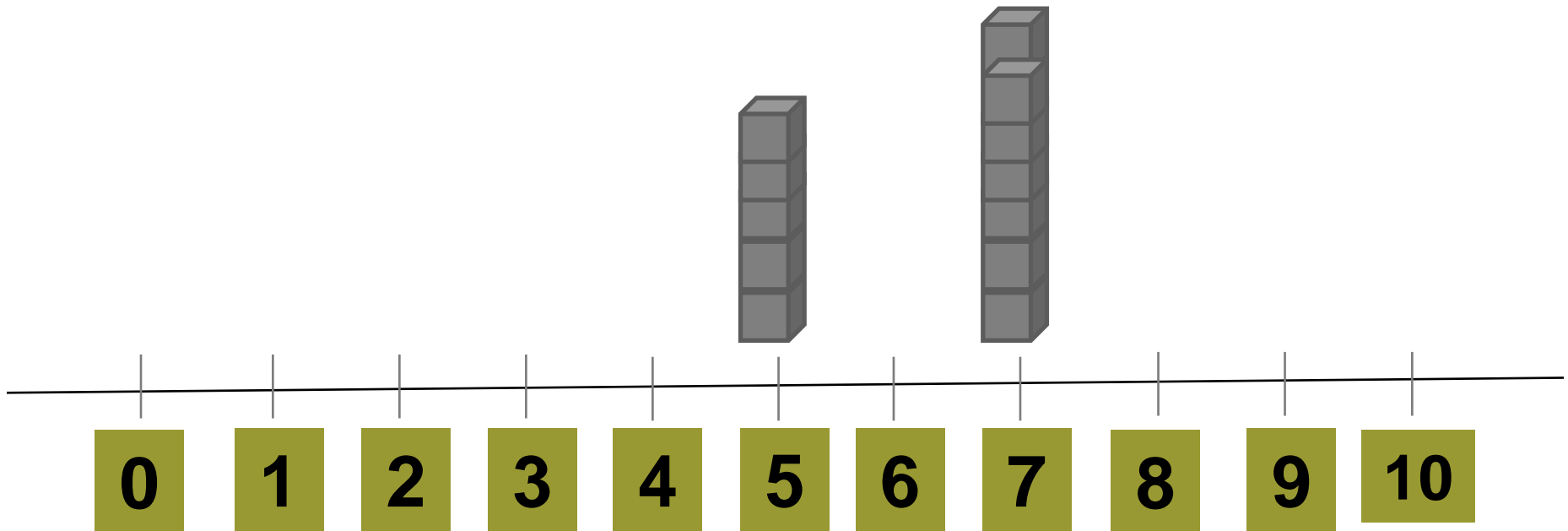
Παραδείγματα

- Εγώ έχω 5 κυβάρια. Ο Κώστας έχει επτά.
Ποιος έχει περισσότερα; Πόσα περισσότερα;



Παράδειγμα

- Εγώ έχω 5 κυβάρια. Ο Κώστας έχει επτά.
Ποιος έχει περισσότερα; Πόσα περισσότερα;



Επισήμανση

- Στα παραδείγματα μιλάμε για «κυβάρια».
- Για τα παιδιά, μπορείτε να σκεφτείτε όλων των ειδών τα σενάρια
 - Π.χ., να εντάξετε τα προβλήματα σε μια ιστορία, να αξιοποιήσετε καθημερινές καταστάσεις στην τάξη, κ.λπ.
- Τα μοντέλα, όμως, μπορούν να αξιοποιηθούν σε οποιοδήποτε σενάριο

Πολλαπλασιαστικές σχέσεις
Πολλαπλασιασμός/Διαίρεση

Στοιχεία πολλαπλασιαστικής σκέψης με παραδείγματα

■ Σαγιονάρες στην πισίνα



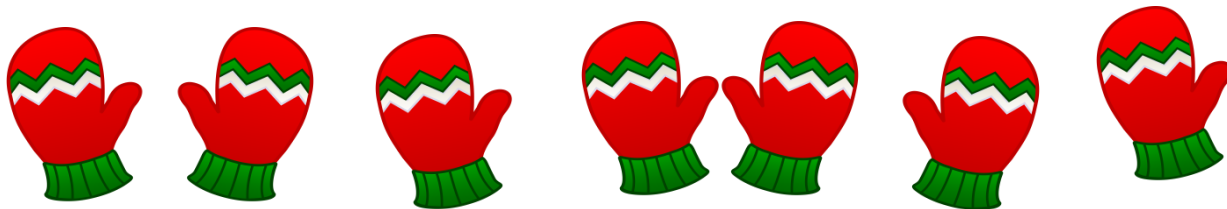
- Πόσα παιδιά βρίσκονται στην πισίνα;
- Ποιο θα ήταν το **αντίστροφό** του πρόβλημα;

Στοιχεία πολλαπλασιαστικής σκέψης με παραδείγματα

- Πόσα ζευγάρια γάντια γι'αυτά τα παιδιά;




- Είναι όσα χρειάζονται;



Στοιχεία πολλαπλασιαστικής σκέψης με παραδείγματα

■ Φτιάξτε το έξι με:

□  (μονάδες)

□  (δυάδες)

□  (τριάδες)

➤ Μπορείτε να το φτιάξετε με  ;

Στοιχεία πολλαπλασιαστικής σκέψης με παραδείγματα

- Μοιράστε (δίκαια) στα δύο, στα τρία, στα τέσσερα
 - Διακριτές ποσότητες
 - Πώς θα μοιράζατε 12 κάρτες σε 3 παιδιά;
 - Συνεχείς ποσότητες
 - Θυμηθείτε την τούρτα!