
Μέτρηση...

... στο Νηπιαγωγείο

Οι φυσικοί αριθμοί...

- ... συνδέονται με την απαρίθμηση/καταμέτρηση
 - Έχω μια συλλογή **διακριτών** αντικειμένων και μπορώ να τα απαριθμήσω ένα-ένα
 - πέντε μήλα, δέκα τετράδια
- ... αλλά σε ένα επίπεδο αφαίρεσης πιο πάνω
 - 5 (μονάδες), 10 (μονάδες)
 - Σε αυτό το επίπεδο αφαίρεσης μπορούμε να μιλάμε για τους αριθμούς ωςάν **αντικείμενα με δική τους υπόσταση**, που δεν εξαρτώνται πια από τα μήλα και τα τετράδια
 - «δύο μήλα» έναντι του «2»

Τι γίνεται όμως όταν θέλουμε...

- ... να ποσοτικοποιήσουμε **συνεχείς ποσότητες** (μεγέθη);
 - Μήκος
 - Βάρος
 - Επιφάνεια
 - Χρόνος
 -

Σκεφτείτε

- Με την απαρίθμηση/καταμέτρηση **ΠΟΣΟΤΙΚΟΠΟΙΟΥΜΕ** συγκρίσεις που αφορούν διακριτές ποσότητες
 - Από το «πιο πολλά μήλα» στο «πόσα πιο πολλά; πόσα;»
- Με τη μέτρηση **ΠΟΣΟΤΙΚΟΠΟΙΟΥΜΕ** συγκρίσεις που αφορούν συνεχείς ποσότητες
 - Από το «ψηλότερος» στο «πόσο πιο ψηλός; πόσο ύψος έχει;»

Μέτρηση (π.χ. μήκους) (I)

- Κατά μία έννοια, το πρόβλημα της **μέτρησης** μπορεί να αναχθεί στην απαρίθμηση
 - Επιλέγουμε μια αυθαίρετη **μονάδα μέτρησης**
 - **Μετράμε** πόσες τέτοιες μονάδες συνιστούν το μέγεθος που μας ενδιαφέρει
 - Διαφορετικά, **μετράμε** πόσες φορές χωράει η μονάδα μας στο μέγεθος που μας ενδιαφέρει
 - Προτρέχοντας λίγο: Τι σας έρχεται στο μυαλό όταν ακούτε την έκφραση «(μετράω) πόσες φορές χωράει το... στο...»;

Μέτρηση (π.χ. μήκους) (II)

- Τι πρόβλημα αντιμετωπίζουμε όταν μετράμε π.χ. το μήκος ενός ευθύγραμμου τμήματος με μια αυθαίρετη μονάδα μέτρησης;
 - Πολύ συχνά, κάτι «περισσεύει»
 - Χρειάζεται να μετρήσουμε κάτι που είναι μικρότερο από την αρχική μονάδα μέτρησης
- Πώς λύνουμε αυτό το πρόβλημα;
 - Μετράμε με **υποδιαιρέσεις** της αρχικής μας μονάδας

Στην καθημερινή ζωή...

- ... οι υποδιαιρέσεις της (τυπικής) μονάδας (π.χ.) μήκους είναι πολύ συγκεκριμένες
 - Αρχική μονάδα: Μέτρο
 - Υποδιαιρέσεις: Δεκατόμετρο, εκατοστόμετρο, χιλιοστόμετρο
 - Σε πόσα (ίσα) μέρη έχουμε σπάσει την αρχική μονάδα σε κάθε περίπτωση;

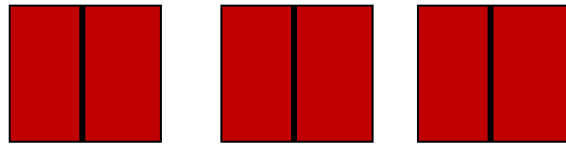
Στον αφηρημένο «κόσμο» των αριθμών...

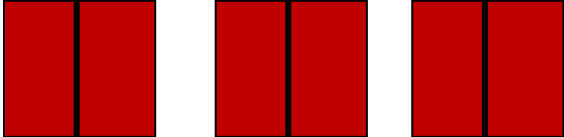
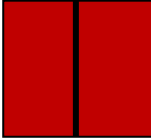
- ...έχουμε την (αφηρημένη) μονάδα 1
 - Μπορούμε να τη «σπάσουμε»
 - σε δύο (ίσα) κομμάτια
 - Υποδιαίρεση: $1/2$
 - Σε τρία (ίσα) κομμάτια
 - Υποδιαίρεση: $1/3$
 -
 - Σε n (ίσα) κομμάτια:
 - Υποδιαίρεση: $1/n$
 - Σε μέχρι πόσα κομμάτια μπορούμε να σπάσουμε τη μονάδα;
-

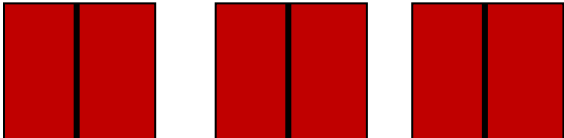

Τι κοινό έχουν η απαρίθμηση και η μέτρηση;

Εστιάζοντας στον (παραμελημένο) ρόλο της μονάδας στην απαρίθμηση

Η μονάδα στην απαρίθμηση: Πόσα είναι;



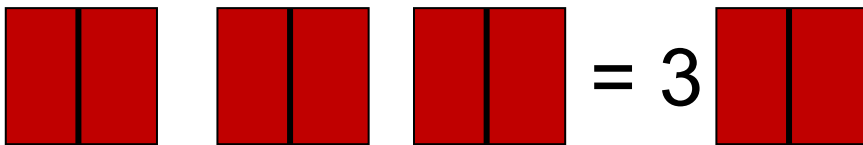
■  = 3 

■  = 6 

- Όταν απαριθμούμε, η μονάδα συνήθως μάς είναι προφανής (γι' αυτό και συχνά δεν αναγνωρίζουμε τη σημασία της).

Όταν απαριθμούμε...

- ...συγκρίνουμε με τη μονάδα

-  = 3

- $$\frac{\text{Three red blocks (each divided into two halves)}}{\text{One red block (divided into two halves)}} = \frac{3}{1}$$

➤ Η **σχέση** των  με τη μονάδα  είναι ο **λόγος** 3/1 / πλήθος

Η μονάδα στη μέτρηση (π.χ. μήκους): Πόσο είναι;

■ _____

■ Μετρώ με μονάδα _____ : |-----|-----|-----|-----|

■ _____ = 3 _____ και περισσεύει το 1/2 της μονάδας

■ Ξαναμετρώ με υποδιαίρεση της αρχικής μονάδας, συγκεκριμένα το 1/2 της μονάδας:

■ |-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|

■ _____ = 7 _____

Με άλλα λόγια

■ $\frac{\text{—————}}{\text{—————}} = 7 \text{ —}$

■ $\frac{\text{—————}}{\text{—————}} = \frac{7}{1}$

➤ Η **σχέση** του $\frac{\text{—————}}{\text{—————}}$ / μήκος
με τη μονάδα — είναι ο **λόγος** 7/1

Από την υποδιαίρεση, πίσω στην αρχική μονάδα

■ _____ = 7 —

■ _____ = $7 \cdot \frac{1}{2}$ —

➤ Η **σχέση** του _____ με την / μήκος
(αρχική) μονάδα — είναι ο **λόγος** 7/2

Συνοψίζοντας

- Μπορούμε να ερμηνεύσουμε την **απαρίθμηση** και τη **μέτρηση** με ένα κοινό τρόπο:
 - Διαδικασία **σύγκρισης** με μια μονάδα μέτρησης, στο τέλος της οποίας βρίσκουμε τη **σχέση** της ποσότητας που μας ενδιαφέρει (είτε διακριτής, είτε συνεχούς) με τη μονάδα ως **λόγο** δύο φυσικών* αριθμών
- Υπό αυτή την έννοια, μπορούμε να δούμε ένα κοινό στοιχείο ανάμεσα στο $3/1$, που γνωρίζουμε ότι «είναι» ένας φυσικός αριθμός, και το $7/2$, που γνωρίζουμε ότι δεν «είναι»
 - Είναι το αποτέλεσμα της μέτρησης

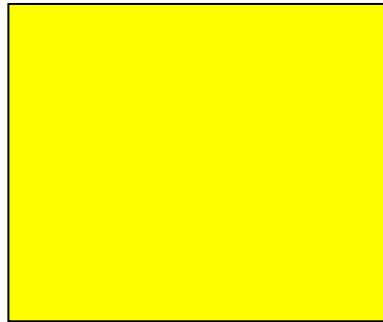
*

Προς το παρόν

Για να μετρήσουμε πρέπει να ξέρουμε...

...σε ποιο μέγεθος αναφερόμαστε

Σχολιάστε: Ποιο είναι «μεγαλύτερο»;



Μεγέθη που θα μετρήσουν τα παιδιά του Νηπιαγωγείου...

- ...σύμφωνα με το νέο αναλυτικό για τα Μαθηματικά
 - Μήκος (1 διάσταση)
 - Επιφάνεια (2 διαστάσεις, μήκος x μήκος)
 - Όγκος/Χωρητικότητα (3 διαστάσεις, μήκος x μήκος x μήκος)
 - Όγκος: «πόσο χώρο καταλαμβάνει»
 - Χωρητικότητα: «πόσο χωράει».

Τα παιδιά...

- ...έρχονται σε επαφή με τα διαφορετικά μεγέθη ως «χαρακτηριστικά» αντικειμένων.
 - **Αναστοχαστείτε:** Τι στόχο είχε η δραστηριότητα με την οποία ασχοληθήκατε στο τελευταίο εργαστήριο;
-

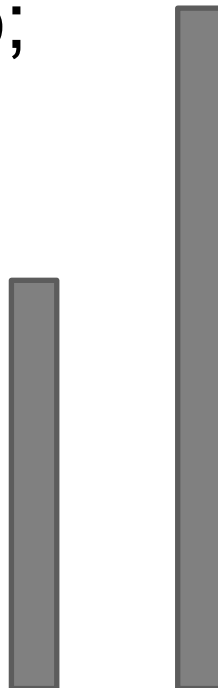
Η σύγκριση...

- ...ως τρόπος να στραφεί η προσοχή των παιδιών στο μέγεθος που θα μετρηθεί.
- Σκεφτείτε: Ποιος ο ρόλος του λεξιλογίου;
 - «ψηλότερος» «πιο μακριά/πιο κοντά», «πιάνει περισσότερο χώρο/χωράει περισσότερα», «θέλουμε να καλύψουμε τα κουτιά - για ποιο χρειαζόμαστε περισσότερο χαρτί», ...
 - Θυμηθείτε: Οι λέξεις μπορεί να γίνουν εργαλείο

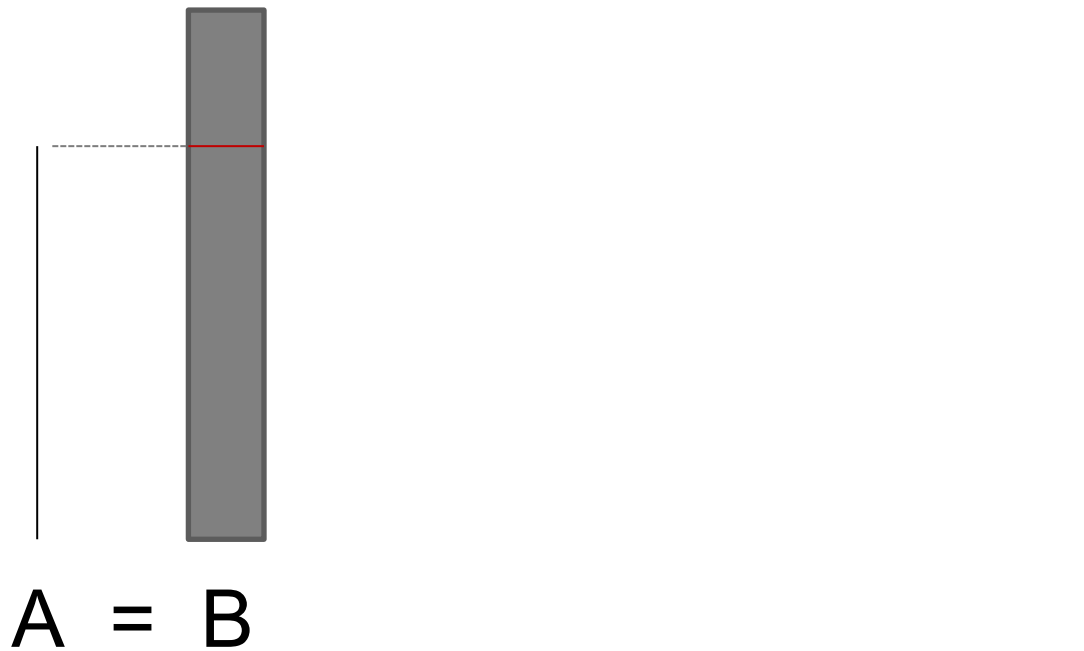
Κάποιες συγκρίσεις...

- ...μπορούν να γίνουν **άμεσα**

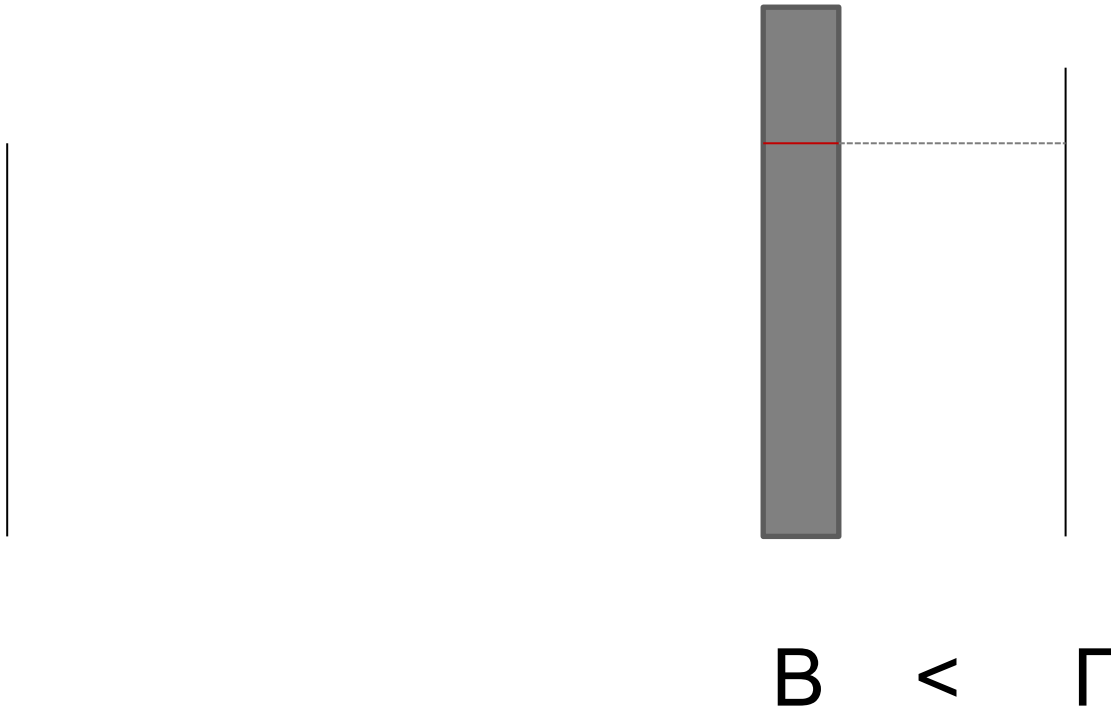
➤ Ποιο είναι πιο ψηλό;



Κάποιες συγκρίσεις είναι έμμεσες I



Κάποιες συγκρίσεις είναι έμμεσες II



Μεταβατικός συμπερασμός

Άρα, $A < \Gamma$!

Σκεφτείτε:

- Μια περίπτωση στην οποία είναι δυνατή η άμεση σύγκριση επιφανειών / χωρητικότητων
 - Μια περίπτωση είναι απαραίτητη έμμεση σύγκριση επιφανειών / χωρητικότητων.
-

Οι συγκρίσεις «αλλιώς»

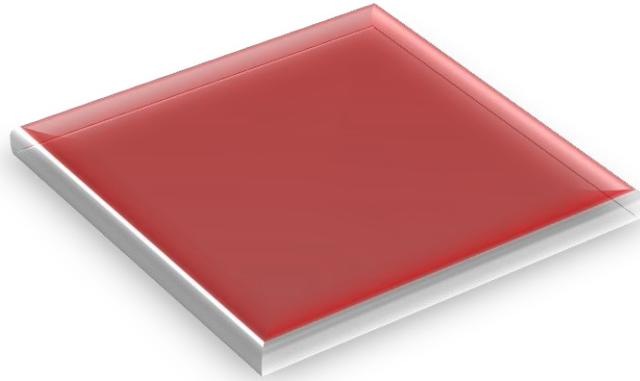
- Κόψε μου τόσο ..., όσο χρειάζεται για να ...
 - Φτιάξε μου ..., ώστε να ...
 - Πόσο**περίπου** θα χρειαστώ για να ...
 - **Εκτίμηση**
-

Για να μετρήσουμε πρέπει να επιλέξουμε...

...κατάλληλη μονάδα μέτρησης

Ερώτηση κρίσεως

- Τι **μπορώ** να μετρήσω με αυτή τη μονάδα;



- Ποιες είναι οι **διδασκτικές επιλογές** που μπορώ να κάνω;
-

Άτυπες μονάδες

- Σκεφτείτε τη έκφραση «είναι τρία τσιγάρα δρόμος»
 - Ποιο είναι το μέγεθος που μετράται;
 - Ποια είναι η μονάδα μέτρησης;
- Σκεφτείτε δύο διαφορετικές άτυπες μονάδες για:
 - Το μήκος
 - Την επιφάνεια
 - Τον όγκο

Γιατί να χρησιμοποιήσουμε άτυπες μονάδες;

- Η ποικιλία των μονάδων βοηθά στην εστίαση στο μέγεθος που μας ενδιαφέρει.
 - Π.χ. Μέτρηση επιφάνειας με τετράγωνα και με τρίγωνα
 - Η κατάλληλη επιλογή μονάδας κρατά το αριθμητικό αποτέλεσμα στο πεδίο των αριθμών που δουλεύουμε στο Νηπιαγωγείο.
-



Γιατί να χρησιμοποιήσουμε άτυπες μονάδες;

- Μπορούν να δημιουργήσουν ένα πλαίσιο στο οποίο καθίσταται ορατή **η ανάγκη** εισαγωγής τυπικών μονάδων
 - Θυμηθείτε τη σημασία του να αντιληφθούν τα παιδιά την αναγκαιότητα των **συμβάσεων** στα Μαθηματικά
- Η εκμάθηση των τυπικών μονάδων μέτρησης και του τρόπου με τον οποίο «δουλεύουν» τα καθιερωμένα όργανα μέτρησης είναι ένας επιπλέον (**και όχι τετριμμένος**) στόχος

Έχετε υπόψη ότι...

- ...όταν μετράμε μια **ποσότητα** (διακριτή ή συνεχή), στο αποτέλεσμα της μέτρησης εμπλέκονται ένας **αριθμός** (ή και περισσότεροι) και η **μονάδα μέτρησης** (ενδεχομένως και υποδιαιρέσεις της μονάδας).
 - ▣ Π.χ. 3 ευρώ, 2,50 ευρώ, 2 ευρώ και 50 λεπτά
- Η **κατανόηση** της **σχέσης** μεταξύ αυτών των στοιχείων δεν είναι απλή.
 - Ακόμα και χωρίς τις επιπλοκές που δημιουργεί η χρήση καθιερωμένων οργάνων μέτρησης.

Μονάδες μέτρησης, αριθμός και ποσότητα που εκφράζεται σε πλήθος μονάδων

- Η πατούσα μου έχει μήκος 5 
- Η δική μου πατούσα έχει μήκος 5 



Μονάδες μέτρησης, αριθμός και ποσότητα που εκφράζεται σε πλήθος μονάδων

- Έχει μήκος 5 ...
- Έχει μήκος 10 ...

➤ Ποιος μέτρησε με τι;



Σε μια σειρά σχετικών πειραμάτων...

- ... οι Nunes & Bryant βρήκαν ότι:
 - Μερικά παιδιά 5 και 6 ετών και τα περισσότερα παιδιά των 7 ετών αντιλαμβάνονται ότι αν ο αριθμός των μονάδων είναι ίδιος, αλλά οι μονάδες είναι διαφορετικές, το συνολικό μέγεθος είναι διαφορετικά. (βλ. «πατούσες»)
 - Τα περισσότερα παιδιά 5-6 παιδιών αντιμετωπίζουν συγκεκριμένες δυσκολίες στη χρήση του χάρακα

Μικρά παιδιά και χάρακας

- Δίνετε σε παιδιά 5-6 χρονών ένα σχέδιο «χάρακα», στον οποίο οι αποστάσεις ανάμεσα στους αριθμούς είναι άνισες και ρωτάτε αν είναι σωστά φτιαγμένος.
 - Δίνετε στα παιδιά ένα διαβαθμισμένο χάρακα από τον οποίο «λείπουν» οι αριθμοί και ζητάτε να τους τοποθετήσουν.
 - Δίνετε στα παιδιά ένα «σπασμένο» χάρακα, ο οποίος ξεκινάει από το 4.
 - Τι θα περιμένατε;
-

Μικρά παιδιά και χάρακας

- Δίνετε σε παιδιά 5-6 χρονών ένα σχέδιο «χάρακα», στον οποίο οι αποστάσεις ανάμεσα στους αριθμούς είναι άνισες και ρωτάτε αν είναι σωστά φτιαγμένος.
- Δίνετε στα παιδιά ένα διαβαθμισμένο χάρακα από τον οποίο «λείπουν» οι αριθμοί και ζητάτε να τους τοποθετήσουν.
- Δίνετε στα παιδιά ένα «σπασμένο» χάρακα, ο οποίος ξεκινάει από το 4.
 - Τι αποκαλύπτει αυτό;

Πού θα χρησιμοποιήσουμε τυπικές μονάδες στο Νηπιαγωγείο;

- Στη μέτρηση μήκους
 - Χάρακες, γαλλικό (σπαστό μέτρο), μετροταινίες

«Ασυνήθιστα» έργα μέτρησης...

- ...όπως αυτό με το «σπασμένο» χάρακα μπορούν να αναδείξουν τις δυσκολίες που έχουν τα παιδιά με την ιδέα της μονάδας μέτρησης.
 - Μπορούν όμως να δώσουν στα παιδιά την ευκαιρία να προβληματιστούν, να συζητήσουν και να αναστοχαστούν πάνω στις σχετικές μαθηματικές ιδέες
 - Σε γενικές γραμμές, πάντως, παιδιά 6-7 χρονών μπορούν να αναπτύξουν μια καλή κατανόηση για τις σχέσεις που ενυπάρχουν στο αποτέλεσμα μιας μέτρησης
-

Για να μετρήσουμε μπορούμε...

... να επαναλάβουμε, ή όχι, τη μονάδα
μέτρησης

Μονάδες

- Μέτρηση με επανάληψη της μονάδας, ή χωρίς



- Τι εικάζετε ότι είναι πιο εύκολο για τα παιδιά;
 - Γιατί να μπορούμε στον κόπο να κάνουμε και το πιο δύσκολο;

Μετρήσεις

Ένα πλάνο διδασκαλίας

Μετρήσεις

- Συγκρίσεις
 - Άμεσες, έμμεσες
 - Εκτιμήσεις
 - Γιατί;
 - Άτυπες Μονάδες
 - Τυπικές Μονάδες
 - Χρήση συνήθων οργάνων μέτρησης
-

Κάτι τελευταίο

- Στο Αναλυτικό σας Πρόγραμμα, οι μετρήσεις ανήκουν στον άξονα Χώρος-Γεωμετρία-Μετρήσεις
 - Κρατήστε στο μυαλό σας πόσο σημαντική είναι η μέτρηση για την έννοια του **αριθμού**
-